

Chapitre 13 : Cinématique du point matériel

I) Repérage dans le temps et dans l'espace

I.1) Repère cartésien

vecteur position

déplacement élémentaire

$$\vec{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$$

$$d\vec{OM} = dx\vec{u}_x + dy\vec{u}_y + dz\vec{u}_z$$

I.2) Repère cylindrique

base cylindrique

vecteur position

déplacement élémentaire

$$(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$$

$$M(r, \theta, z)$$

$$\vec{OM} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z$$

$$d\vec{OM} = dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta + dz\vec{u}_z$$

I.3) Repère sphérique

base sphérique

plan équatorial et plan méridien

vecteur position

déplacement élémentaire

$$(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$$

$$M(r, \theta, \varphi)$$

$$\theta \in [0, \pi]$$

$$\varphi \in [0, 2\pi]$$

$$\vec{OM} = r\vec{u}_r$$

$$d\vec{OM} = dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta + r \sin\theta d\varphi\vec{u}_\varphi$$

le long du méridien le long du parallèle

II) Vitesse et accélération dans R

II.1) En coordonnées cartésiennes

vitesse

accélération

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{u}_x + \dot{y}\vec{u}_y + \dot{z}\vec{u}_z$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{u}_x + \ddot{y}\vec{u}_y + \ddot{z}\vec{u}_z$$

II.2) En coordonnées cylindriques

vitesse

accélération

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{u}_z$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{u}_\theta + \ddot{z}\vec{u}_z$$

II.3) En coordonnées sphériques

vitesse

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + r\sin\theta\dot{\varphi}\vec{u}_\varphi$$

III) Exemples de mouvement

III.1) Mouvements rectilignes

a) Mouvement rectiligne uniforme

b) Mouvement rectiligne uniformément accéléré

c) Mouvement rectiligne sinusoïdal

$$\vec{v} = c\vec{u}_x$$

$$\vec{a} = c\vec{u}_x$$

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

III.2) Mouvement circulaire

a) Cas général

vitesse

accélération

$$\vec{OM} = R\vec{u}_r$$

$$\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta = v(t)\vec{u}_\theta$$

$$\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_r + R\ddot{\theta}\vec{u}_\theta = -\frac{v^2}{R}\vec{u}_r + \frac{dv}{dt}\vec{u}_\theta$$

b) Cas d'un mouvement circulaire uniforme

vitesse

accélération

$$\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta = v_0\vec{u}_\theta = R\omega_0\vec{u}_\theta$$

$$\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_r = -\frac{v_0^2}{R}\vec{u}_r = -R\omega_0^2\vec{u}_r$$

radiale, centripète

III.3) Mouvement à vecteur accélération constante

→ mot parabolique

ex: $\vec{F} = m\vec{g} = m\vec{a}$ (chute libre sans frotts)

IV) Repère de Frénet

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$$

abscisse curviligne: $\widehat{AM}(t) = s(t) = \int_0^t v(t') dt'$; $v = \dot{s}$

