

Chapitre 17 : Moment cinétique

I) Moment cinétique d'un point matériel

I.1) Par rapport à un point O

définition : $\vec{L}_O = \vec{OM} \wedge m\vec{v} = \vec{OM} \wedge \vec{p}$

propriété : $\forall A, \vec{L}_A = \vec{AO} \wedge m\vec{v} + \vec{L}_O$

I.2) Par rapport à un axe orienté Δ

$L_\Delta = \vec{L}_O \cdot \vec{u}_\Delta$ indpt du point O de Δ .

I.3) Cas où M est en mouvement circulaire

$\vec{L}_O = mr^2 \dot{\theta} \vec{u}_z$ en cylindriques

I.4) En coordonnées cylindriques

I.5) Exemples

II) Moment d'une force s'appliquant au point M

II.1) Par rapport à un point O

définition : $\vec{\sigma}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F}$

propriété : $\forall A, \vec{\sigma}_A(\vec{F}) = \vec{AO} \wedge \vec{F} + \vec{\sigma}_O(\vec{F})$

II.2) Par rapport à un axe orienté Δ

$\sigma_\Delta(\vec{F}) = \vec{\sigma}_O(\vec{F}) \cdot \vec{u}_\Delta$
si $\vec{F} \perp \vec{u}_\Delta$: $\sigma_\Delta = \pm$ bras de levier \times norme de la force

II.3) Exemples

III) Théorème du moment cinétique pour un point matériel M

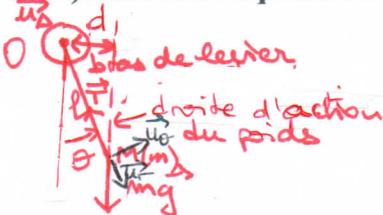
III.1) TMC par rapport au un point O fixe dans R galiléen

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum_k \vec{\sigma}_O(\vec{F}_k)$$

III.2) TMC par rapport à un axe orienté Δ fixe dans R galiléen (ou TMC scalaire)

$$\frac{dL_\Delta}{dt} = \sum_k \sigma_\Delta(\vec{F}_k)$$

III.3) Exercice : équation du mouvement du pendule simple



$$\begin{aligned} \frac{dL_\Delta}{dt} &= \sigma_\Delta(\vec{T}) + \sigma_\Delta(m\vec{g}) \\ &= (\vec{OT} \wedge \vec{T}) \cdot \vec{u}_\Delta - d \times mg \text{ avec } d = l \sin \theta \\ L_\Delta &= (\vec{OM} \wedge m\vec{v}) \cdot \vec{u}_\Delta = (l\vec{u}_r \wedge ml\dot{\theta}\vec{u}_\theta) \cdot \vec{u}_\Delta = ml^2\dot{\theta} \\ \text{d'où } ml^2\ddot{\theta} &= -mgl \sin \theta \rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \end{aligned}$$

III.4) Cas de conservation du moment cinétique

si $\sum \vec{F}_k = \vec{0}$ ou si $\sum \vec{F}_k \parallel \vec{OM}$ (cf force centrale)

IV) Théorème du moment cinétique pour un système fermé

IV.1) TMC $\vec{\sigma}_{A,int} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{L}_A}{dt} = \vec{\sigma}_{A,ext}$ (A fixe dans R)

IV.2) Exemple $\frac{dL_\Delta}{dt} = \sigma_{\Delta,ext}$ (Δ fixe dans R)