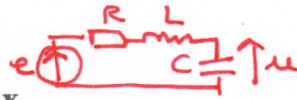


Chapitre 6 : Circuits linéaires du 2ème ordre en régime transitoire

I) Circuit RLC série en régime transitoire



I.1) Analyse des relevés expérimentaux

I.2) Equation différentielle en $u(t) = u_c(t)$

Forme canonique : $\ddot{u} + \underbrace{2\lambda\dot{u}}_{= \omega_0/Q} + \omega_0^2 u(t) = \omega_0^2 e(t)$ avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Facteur de qualité : $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow \text{si } R \gg$

I.3) Résolution en régime libre, pour $e = 0$ EH : $\ddot{u} + 2\lambda\dot{u} + \omega_0^2 u = 0$

3 cas : régime aperiodique, régime critique, régime pseudo-périodique

$$EC : \chi^2 + 2\lambda\chi + \omega_0^2 = 0 \rightarrow \Delta = 4(\lambda^2 - \omega_0^2)$$

aperiodique : $\Delta > 0$: $\lambda > \omega_0 \Leftrightarrow Q < 1/2$: $\chi_1 = -\lambda \pm \omega$ avec $\omega = \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$
 $\rightarrow u(t) = A e^{\chi_1 t} + B e^{\chi_2 t}$

critique : $\Delta = 0$: $\lambda = \omega_0 \Leftrightarrow Q = 1/2 \rightarrow u(t) = e^{-\lambda t} (At + B)$

pseudo-périodique : $\Delta < 0$: $\lambda < \omega_0 \Leftrightarrow Q > 1/2$: $\chi_1 = -\lambda \pm j\omega$ avec $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$ (pseudo-oscillation)
 $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \rightarrow u(t) = e^{-\lambda t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$

décroissement logarithmique $S = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{u(t) - u_\infty}{u(t+nT) - u_\infty} \right) = \lambda T \rightarrow \text{mesure de } Q$

si $Q \gg 2$, $T \approx T_0$, or $2\lambda = \frac{\omega_0}{Q}$ d'où $S \approx \frac{\omega_0 T_0}{2Q} = \frac{2\pi}{2Q} = \frac{\pi}{Q}$

$Q \approx$ nombre d'oscillations visibles pendant le régime transitoire.

I.4) Résolution pour l'essai indicial : échelon de tension 0-E

$$u(t) = \underbrace{u_H(t)}_{\text{cf } \text{I.3}} + \frac{u_p}{E}$$

I.5) Aspect énergétique

$$W_{\text{généré}} = W_{\text{Joule}} + \Delta \mathcal{E}_{\text{mag}} + \Delta \mathcal{E}_{\text{elec}}$$

I.6) Durée du régime transitoire

$$T_{5\%} \approx 3\tau = \frac{3}{\lambda} \quad \left(\text{ou } T_{5\%} \approx 3\tau_a \text{ avec } \tau_a = \max\left(\frac{1}{|\chi_1|}, \frac{1}{|\chi_2|}\right) \right) \text{ si } \Delta > 0$$

II) Analogie avec les oscillateurs mécaniques amortis par frottement visqueux $\vec{F}_{\text{frot}} = -\alpha \vec{v}$

$$\ddot{x} + \underbrace{\frac{\alpha}{m}}_{2\lambda = \frac{\omega_0}{Q}} \dot{x} + \underbrace{\frac{k}{m}}_{\omega_0^2} (x - x_{eq}) = 0$$