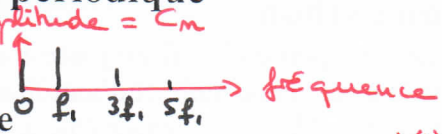
Chapitre 9 : Filtrage linéaire

I) Contenu spectral d'un signal périodique

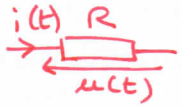
I.1) Spectre

exemple :



I.2) Interprétation énergétique

a) Puissance moyenne dissipée dans une résistance



$$P = \langle p \rangle = \frac{U_{eff}^2}{R} = R\, I_{eff}^2$$

b) Conservation de la puissance ; égalité de Parseval

$$U_{eff}^2 = U_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_n^2}{2} \quad \text{si } u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$$

c) Puissance moyenne reçue par un dipôle d'impédance $\underline{Z}$ en RSF

$$P = \langle p \rangle = \mathrm{Re}(\underline{Z})\, I_{eff}^2$$

II) Action d'un opérateur sur un signal périodique

II.1) Cas d'un système linéaire

a) Pour une entrée e(t) sinusoïdale

$$e(t) = E\cos(\omega t + \varphi_e) \xrightarrow{\underline{H} = G e^{j\varphi}} s(t) = G(\omega) E \cos(\omega t + \varphi_e + \varphi(\omega))$$

b) Pour une entrée périodique ; par superposition

II.2) Cas d'un système non linéaire

enrichit le spectre

II.3) Exemples

Exemple 1 : Soit $\underline{H}(j\omega)=1/(1+j\omega/\omega_0)$. Donner la sortie s(t) pour une entrée $e(t)=E_0+E_1\cos(\omega_0 t)+E_2\sin(2\omega_0 t)+E_3\cos(10\omega_0 t)$, où E_0 à E_3 sont de l'ordre de 1 à 3V.

Exemple 2 : Soit $\underline{H}(jf)=1/(1+jf/f_0)$. Donner la sortie s(t) pour une entrée e(t) créneau de 0 à E_0 et de fréquence a) $f \ll f_0$; b) $f > 5f_0$

Le signal de sortie ne peut avoir de valeur moyenne non nulle que si le système présente un caractère passe-bas.

Exemple 3 : Soit $\underline{H}(jf)= jf/f_0/(1+jf/f_0)$. Donner la sortie s(t) pour une entrée e(t) créneau de 0 à E_0 et de fréquence a) $f \ll f_0$; b) $f > 5f_0$

Il ne peut y avoir de discontinuité du signal de sortie que si le système présente un caractère passe-haut.

Exemple 4 : Soit $\underline{H}(j\omega)=A_0/(1+jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega))$ avec Q=50. Donner la sortie s(t) pour une entrée e(t) créneau de 0 à E_0 et de fréquence a) $f \ll f_0$; b) $f > 5f_0$; c) $f=f_0$; d) $f=f_0/2$; e) $f=f_0/3$

Exemple 5 : multiplieur non linéaire ⚠ rester en réels.

III) Exercices

1) Soit $\underline{H}(j\omega)=(1/(1+j\omega/\omega_1)).\ j\omega/\omega_2/(1+j\omega/\omega_2)$. Tracer le diagramme de Bode asymptotique.
2) Qu'observe-t-on sur un oscilloscope en modes DC et AC pour un créneau de 0 à E_0 et de fréquence a) f usuelle ; b) f faible (f=50 Hz) ?