



Lycée Privé Sainte-Geneviève

Épreuve de classement de fin d'année 2019



Première composition de physique – Lundi 17 juin 2019 – 4 heures
Sujet PCSI



**L'utilisation d'une calculatrice ou d'un ordinateur est interdite.
Aucun document n'est autorisé.**

Conversions d'énergie

Consignes aux candidats

- Avant de commencer à composer, le candidat doit s'assurer de disposer du sujet correspondant à sa filière. Il doit vérifier également que son sujet est complet. Ce sujet comporte 13 pages, y compris celle-ci. La dernière page doit être détachée du sujet et rendue avec la copie.
- Si, au cours de sa composition, un candidat repère ce qui lui semble une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en précisant les éventuelles initiatives qu'il est amené à prendre.
- Le candidat prendra soin de numéroter ses copies, de reporter précisément le numéro des questions qu'il aborde, et d'indiquer sur chaque copie son numéro d'anonymat. Le nom du candidat ne doit pas apparaître sur la copie, ni sa classe.
- L'utilisation des calculatrices étant interdite, le correcteur valorisera significativement l'effort des candidats qui auront effectué les applications numériques demandées (avec une tolérance de 10% sur la valeur du résultat final).
- Certaines questions ne sont pas guidées. Ces questions demandent de la part du candidat de l'initiative dans la pratique du raisonnement scientifique. Le temps nécessaire au questionnement et à la recherche des réponses est pris en compte dans le barème qui leur est dévolu. Ces questions sont repérées par une double barre en marge (comme ci-contre).

*Ce sujet comporte deux problèmes entièrement indépendants.
Au sein de chaque problème, beaucoup de questions sont indépendantes.*

Premier problème :

récupération d'énergie dans une discothèque

Dans le contexte de la transition écologique, de nombreux industriels cherchent à développer des solutions innovantes permettant de transformer l'énergie issue de l'activité humaine en une autre forme d'énergie, par exemple en énergie électrique. Parmi ces innovations, on peut citer les dispositifs de récupération d'énergie que l'on intègre à des sols souples pour transformer l'énergie mécanique acquise par le sol lors du mouvement de personnes à leur surface (tapis roulants dans les stations de métro ou dans les aéroports, par exemple).

Dans ce problème, on s'intéresse spécifiquement à une solution brevetée en 2010 par l'entreprise Energy Floors™, qui permet d'alimenter un système d'éclairage situé sous une piste de danse dans une discothèque en transformant l'énergie mécanique issue du mouvement des danseurs.

Première partie : Mise en équation du mouvement de la dalle

Pour étudier le comportement mécanique du système récupérateur d'énergie, on se place à l'échelle d'un module unique, constitué d'une dalle de dimensions 65 cm × 65 cm × 14,5 cm suspendue par des ressorts mécaniques. Pour simplifier, on la modélise par une masse $m = 35$ kg reliée à un ressort équivalent de longueur à vide ℓ_0 et de constante de raideur k , ainsi qu'à un amortisseur mécanique (frottement fluide) de coefficient $D > 0$ (voir figure 1). La dalle est repérée par sa position x sur un axe vertical ascendant de vecteur unitaire \vec{e}_x , l'origine O étant liée au bâti. On note $\vec{g} = -g\vec{e}_x$ le champ de pesanteur supposé uniforme. Son mouvement est étudié dans le référentiel terrestre \mathcal{R} supposé galiléen ; on note $\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x$ son vecteur vitesse dans ce référentiel. Le déplacement linéaire vertical de la dalle est ensuite converti en mouvement de rotation par un engrenage de type pignon-crémaillère.

1.a. Donner la définition d'un référentiel galiléen.

1.b. Expliquer pourquoi, dans le cas de la situation décrite ci-dessus, le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen. Citer un phénomène observable à la surface de la Terre qui met en défaut le caractère galiléen de ce référentiel.

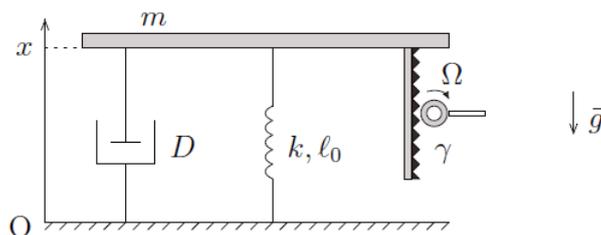


Figure 1 : Modélisation de la dalle de la piste de danse

2. Exprimer la force de rappel \vec{F}_r , exercée par le ressort sur la dalle, en fonction de k, x et ℓ_0 . Quelles sont les limites de cette modélisation de la force de rappel ?

3. On suppose dans cette question qu'il n'y a pas de danseur sur la dalle. Démontrer l'expression de la position x_{eq} d'équilibre de la dalle.

4. On suppose dans cette question qu'un danseur de masse M vient se poser debout, immobile, sur la dalle. Après un régime transitoire, la dalle se stabilise à une nouvelle position x'_{eq} . Exprimer l'affaissement $\delta = x_{eq} - x'_{eq}$ de la dalle.

5. Sachant que la dalle doit au maximum s'affaisser de quelques millimètres, déterminer une valeur numérique raisonnable de la constante de raideur k du ressort. Commenter l'ordre de grandeur obtenu.

On se place désormais en régime dynamique. On suppose que la dalle subit, en plus de son poids, les forces suivantes :

- la force d'amortissement fluide ;
- une force due à la présence du dispositif de conversion d'énergie, égale à $-\alpha\vec{v}$ avec $\alpha > 0$;
- la force de rappel élastique du ressort ;
- une force $\vec{F} = -F(t)\vec{u}_x$ exercée par le danseur.

6. On pose $X = x - x_{eq}$. Montrer que l'équation du mouvement en X s'écrit comme un oscillateur mécanique amorti (avec un second membre non nul) et le mettre sous forme canonique en précisant le nom des termes ω_0 et Q qui interviennent dans la forme canonique et leur expression en fonction des données du problème.

7. On suppose dans cette question que l'on étudie le régime libre de la dalle en absence de danseur ($F = 0$). A $t = 0$, on impose $X = X_0$ et on laisse la dalle revenir à l'équilibre. L'allure du régime libre $X(t)$ obtenu dépend de la valeur d'un paramètre de la question précédente : lequel ? Représenter sommairement (mais proprement !) les trois allures possibles pour la fonction $X(t)$ selon la valeur de ce paramètre. Il n'est pas demandé de réaliser la résolution de l'équation différentielle ; seul le tracé des solutions est demandé.

Deuxième partie : Principe de la conversion d'énergie

Utilisation d'une génératrice à courant continu à entrefer plan

Le système pignon-crémaillère permet de transformer le mouvement de translation du sol en mouvement de rotation d'un axe. On admet que la vitesse de rotation $\Omega(t)$ de l'axe s'écrit $\Omega = \gamma\dot{x}(t)$ où γ est le rapport de transmission du système pignon-crémaillère (il s'agit d'un paramètre technologique dépendant de la géométrie du dispositif).

La conversion de l'énergie cinétique de rotation de l'arbre en énergie électrique s'opère par une génératrice à courant continu à entrefer plan. Il s'agit d'un **dispositif réversible** de conversion électromécanique.

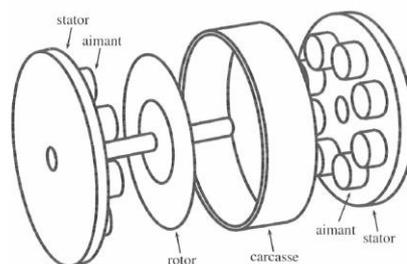


Figure 2 : Vue éclatée d'une génératrice à courant continu à entrefer plan

Le stator est fixe par rapport au bâti. Le rotor est entraîné en rotation par les mouvements verticaux de la dalle étudiée en première partie. Des conducteurs métalliques situés sur ce rotor sont ainsi mis en mouvement dans un champ magnétique stationnaire créé par les aimants statoriques. Il en résulte des courants induits, et des efforts de Laplace sur les conducteurs.

8. Énoncer la loi de Lenz et préciser le demi-siècle au cours duquel elle a été découverte par Lenz et Faraday. Dans le cas d'un fonctionnement en génératrice, si l'on suppose que le rotor est entraîné en rotation à la vitesse $\Omega > 0$ autour de l'axe (Oz) , préciser grâce à la loi de Lenz le signe du couple de Laplace sur l'axe (Oz) .

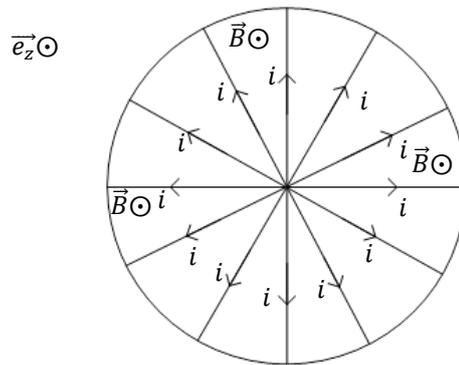


Figure 3 : Représentation des conducteurs électriques du rotor

Sur la figure 3, on a représenté une façon de modéliser l'action des efforts de Laplace sur ce type de machine. On considère qu'il y a N conducteurs radiaux (c'est-à-dire N rayons du disque, de longueur a) parcourus par une intensité orientée du centre du disque vers sa périphérie (on ne représente pas les conducteurs qui permettent le « retour » de cette intensité). Ces conducteurs sont placés dans un champ magnétique uniforme et permanent $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$.

9. On considère un point P situé à une distance r du centre du disque, et un petit élément de conducteur de longueur dr autour de P . Exprimer, dans la base locale cylindro-polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ la force de Laplace élémentaire exercée sur cet élément de conducteur. En déduire le moment scalaire de cette force sur l'axe (Oz) . Son signe est-il conforme à la réponse à la question 8 ?

10. Par intégration et par sommation sur les N brins, en déduire le moment résultant des efforts de Laplace sur l'axe (Oz) , en fonction de a, i, B_0 et N .

11. En déduire la puissance mécanique \mathcal{P}_{Lap} des efforts de Laplace sur l'axe de rotation.

Ici, comme on ne décrit pas la manière dont se referment les conducteurs électriques, la loi de Faraday est inopérante. On obtient donc la tension électromotrice (ou *force électromotrice*) induite au moyen d'un bilan de puissance moyenne.

12. Donner la relation vue en cours, à l'occasion de l'exemple des rails de Laplace, reliant la puissance électrique associée à la tension électromotrice induite à la puissance moyenne des forces de Laplace. Déduire de cette relation que la tension électromotrice induite peut s'écrire, en convention générateur : $u = K\Omega$, où K est une constante positive que l'on exprimera en fonction de N, a et B_0 . Préciser la valeur de K obtenue si l'on a $B_0 = 100 \text{ mT}$, $a = 10 \text{ cm}$ et $N = 2,0 \cdot 10^3$. Que vaut alors la tension u si $\Omega = 10 \text{ rad.s}^{-1}$?

Conversion de l'énergie électrique en énergie lumineuse : le circuit à diodes électroluminescentes (DEL)

Dans la sous-partie qui précède, on a donc démontré que la génératrice fournissait une tension électromotrice $u = K\dot{x}$ (avec $K > 0$). Si l'on n'a pas su démontrer cette relation, on l'utilisera telle quelle.

On modélise l'association en série de la génératrice et du circuit d'éclairage à DEL par le réseau électrique suivant :

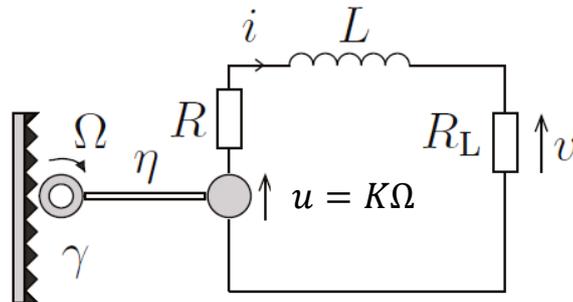


Figure 4 : Circuit électrique étudié. La résistance R_L modélise le circuit d'éclairage à diodes.

La résistance R est la résistance interne de la génératrice à courant continu et l'inductance L est son inductance propre.

Pour les applications numériques, on prendra $R = 20 \Omega$, $R_L = 200 \Omega$, $L = 1,0 \text{ mH}$.

13. Sachant que la pulsation ω des grandeurs électriques est imposée par les pas du danseur, justifier soigneusement que l'on puisse remplacer la bobine L par un fil dans le circuit ci-dessus.

14. On note \mathcal{P}_L la puissance reçue par les DEL. Montrer que celle-ci peut s'écrire : $\mathcal{P}_L = A (K\gamma\dot{x}(t))^2$, où A est un facteur à exprimer en fonction de R et de R_L seulement.

La génératrice a un rendement η . Cela signifie que la puissance \mathcal{P}_u fournie par la tension électromotrice u est reliée à la puissance \mathcal{P}_p prélevée à la dalle mobile par $\mathcal{P}_u = \eta\mathcal{P}_p$. On prendra $\eta = 0,50$ pour les applications numériques.

15. Exprimer \mathcal{P}_p en fonction de $K, \gamma, R, R_L, \dot{x}$ et η .

16. En déduire *a posteriori* la validité de la modélisation proposée en première partie, consistant à écrire la force due à la présence du dispositif de conversion d'énergie sous la forme $-\alpha\vec{v}$. Exprimer α en fonction de K, γ, η, R et R_L .

17. Sachant que $\gamma = 2,0 \cdot 10^4 \text{ rad.m}^{-1}$, $K = 1,0 \text{ N.m.A}^{-1}$ et $D = 10 \text{ N.s.m}^{-1}$, justifier que l'on puisse négliger l'effet de l'amortisseur mécanique D devant l'amortisseur constitué par la présence du dispositif de conversion d'énergie.

18. Citer un autre dispositif industriel dans lequel un dispositif de conversion d'énergie cinétique en énergie électrique impose les caractéristiques de l'amortissement du système mécanique.

Troisième partie : Modélisation de la conversion d'énergie en conditions réelles

On teste à présent le système au plus proche de ses conditions réelles d'utilisation. Un expérimentateur danse sur la dalle et exerce sur elle une force $\vec{F}(t) = -F(t)\vec{e}_x$ dont la norme est mesurée au moyen d'un capteur de force placé sur celle-ci (voir figure 5). Le signal obtenu montre qu'en dansant, l'expérimentateur reste à tout instant en contact avec la dalle. On modélise ce signal de manière approximative par l'équation $F(t) = F_0 + F_1 \cos(\omega t + \varphi)$.

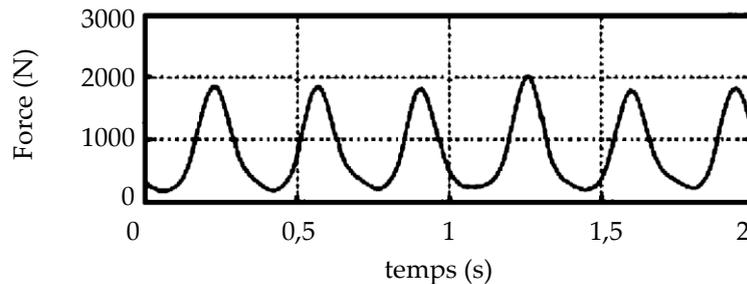


Figure 5 : Mesure réalisée par le capteur de force

19. Expliquer le principe de fonctionnement d'un capteur de force.
20. En exploitant la figure 5, donner des valeurs plausibles de F_0, F_1 et ω dans les conditions de l'expérience réalisée.
21. Établir l'équation différentielle régissant le mouvement de la dalle, selon le modèle de la figure 1, en présence du danseur exerçant la force $F(t)$. Grâce à la deuxième partie du problème, on peut désormais négliger l'amortissement mécanique de coefficient D devant l'amortissement électromagnétique de coefficient α .
22. L'excitation étant de la forme $F(t) = F_0 + F_1 \cos(\omega t + \varphi)$, comment qualifie-t-on le régime du système ? Définir une grandeur X à partir de x pour obtenir l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X = \frac{F_1}{m} \cos(\omega t + \varphi)$$

(on remarquera que l'expression de Q obtenue dans la question 6 s'est simplifiée ici puisqu'on néglige D devant α).

On cherche une solution sous la forme : $X(t) = X_0 \cos(\omega t + \psi)$.

23. Exprimer X_0 en fonction de ω_0, ω, Q, m et F_1 .
24. Exprimer l'amplitude V_0 des variations sinusoidales de l'amplitude de la vitesse en fonction de X_0 et ω .
25. Dédurre de toutes les questions qui précèdent (y compris de la seconde partie) que la moyenne temporelle $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ de la puissance fournie aux diodes électroluminescentes s'écrit : $\langle \mathcal{P}_L \rangle = \frac{(\eta F_1 K)^2 R_L \gamma^2}{2K^4 \gamma^4 + 2\eta^2 km(R+R_L)^2 \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) - \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^2}$.

26. Analyser les comportements asymptotiques de $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ aux basses et aux hautes fréquences. Déterminer, littéralement puis numériquement, la pulsation ω pour laquelle $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ est maximale, ainsi que l'expression littérale de la puissance moyenne récupérée maximale notée $\langle \mathcal{P}_L \rangle_{max}$. Tracer alors l'allure qualitative de $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ en fonction de ω .

Ce système a été testé en 2015 dans l'émission scientifique télévisée *On n'est pas que des cobayes*, à l'occasion de la Fête de la Science. Deux équipes, composées chacune de deux danseurs et deux danseuses, s'affrontent sur la piste de danse, avec pour objectif de générer le maximum d'énergie électrique pendant une durée fixée (30 secondes environ) :

- l'équipe 1 danse sur un morceau de salsa, de tempo 115 battements.min⁻¹ ;
- l'équipe 2 danse sur un morceau de disco, de tempo 125 battements.min⁻¹.

27. En faisant l'hypothèse que les deux équipes ont même masse totale et dansent de la même façon, quelle équipe a selon vous gagné ce duel, en vous fiant aux résultats établis à la question précédente ?

On s'intéresse désormais à l'influence des autres paramètres, la pulsation ω des pas des danseurs étant désormais fixée. Sur la figure 6, on a représenté la valeur de $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ lorsque l'on fait varier γ et R_L à pulsation donnée.

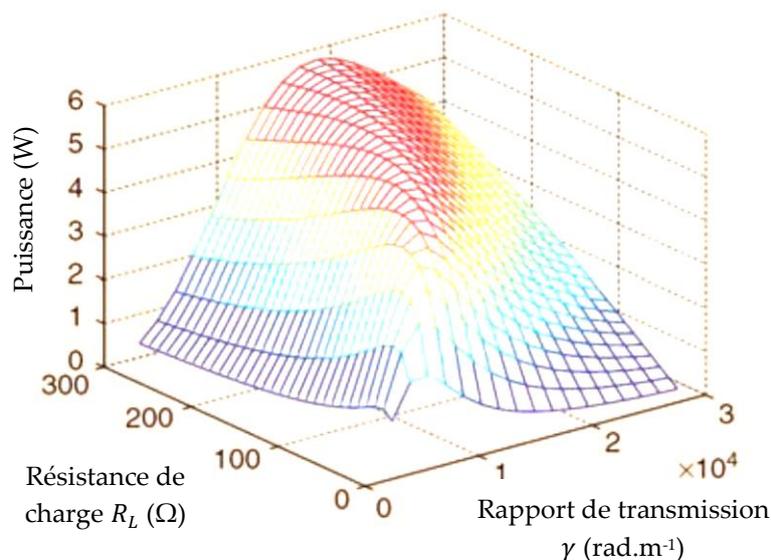


Figure 6 : Influence de deux paramètres physiques sur la puissance moyenne fournie aux DEL

28. Confronter soigneusement la figure 6 à l'équation de la question 25 (même si vous n'avez pas réussi à la démontrer). En déduire les valeurs que vous choisiriez pour R_L et γ .

Fin du premier problème

Deuxième problème : propulsion chimique

Les munitions à poudre utilisent un explosif rapide primaire pour amorcer la déflagration de la poudre. La décomposition de la poudre produit un gaz qui propulse alors le projectile.

On considère dans ce problème un calibre 9 mm dont le projectile est de masse $m_p = 8,0$ g et de diamètre $d = 9,0$ mm. La charge propulsive est une poudre dite « sans fumée » constituée d'un mélange de nitrocellulose et de nitroglycérine. Une masse $m_c = 0,40$ g de cette matière est stockée sous forme gélifiée dans la douille et y occupe un volume cylindrique de longueur $l = 5,0$ mm et de diamètre d .

Les gaz produits sont assimilables à un gaz diatomique de masse molaire $M = 50$ g.mol⁻¹.

Un des enjeux de la modélisation de la propulsion consiste à déterminer dans quelle mesure la réaction est quasi-instantanée ou non afin d'optimiser la propulsion.

Par souci de simplification du paramétrage, on considère que le front de réaction de la poudre se situe du côté du projectile et qu'il est situé à la distance z du fond de la douille. Le projectile a une position x et une vitesse v telles que représentées sur la figure 7.

On considèrera une arme de poing dont la longueur du canon est $L = 17$ cm et de section $S = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$ correspondant au calibre. Pour les applications numériques, on prendra une valeur approchée : $S = 6.10^{-5}$ m².

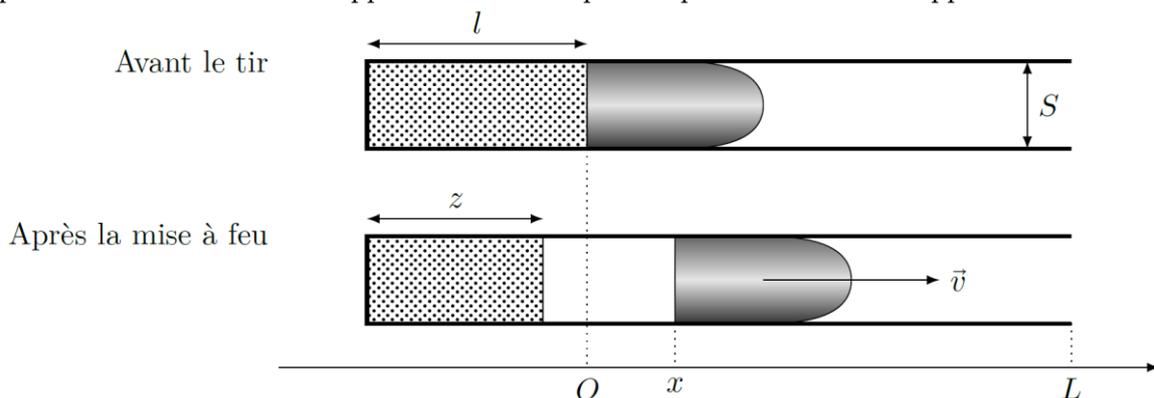


Figure 7 : Position du problème

Les courbes d'évolution de la pression P du gaz et de la position x du projectile sont représentées figure 8.

La poudre et le gaz constituent un système non homogène. Dans le cadre du problème, on admettra que lors de l'explosion, la poudre libère une énergie massique $q_c = 3.10^6$ J.kg⁻¹ assimilée à l'opposé de la variation d'énergie interne de la poudre par unité de masse de gaz formé.

Dans tout le problème, on considère que l'air extérieur est à la pression atmosphérique $P_0 = 1,0$ bar. Le canon et le projectile sont initialement à la température ambiante $T_0 = 298$ K.

On rappelle 1 bar = 10⁵ Pa.

A la fin du problème, en page 12, sont rassemblées en annexe des données éventuellement utiles à la résolution.

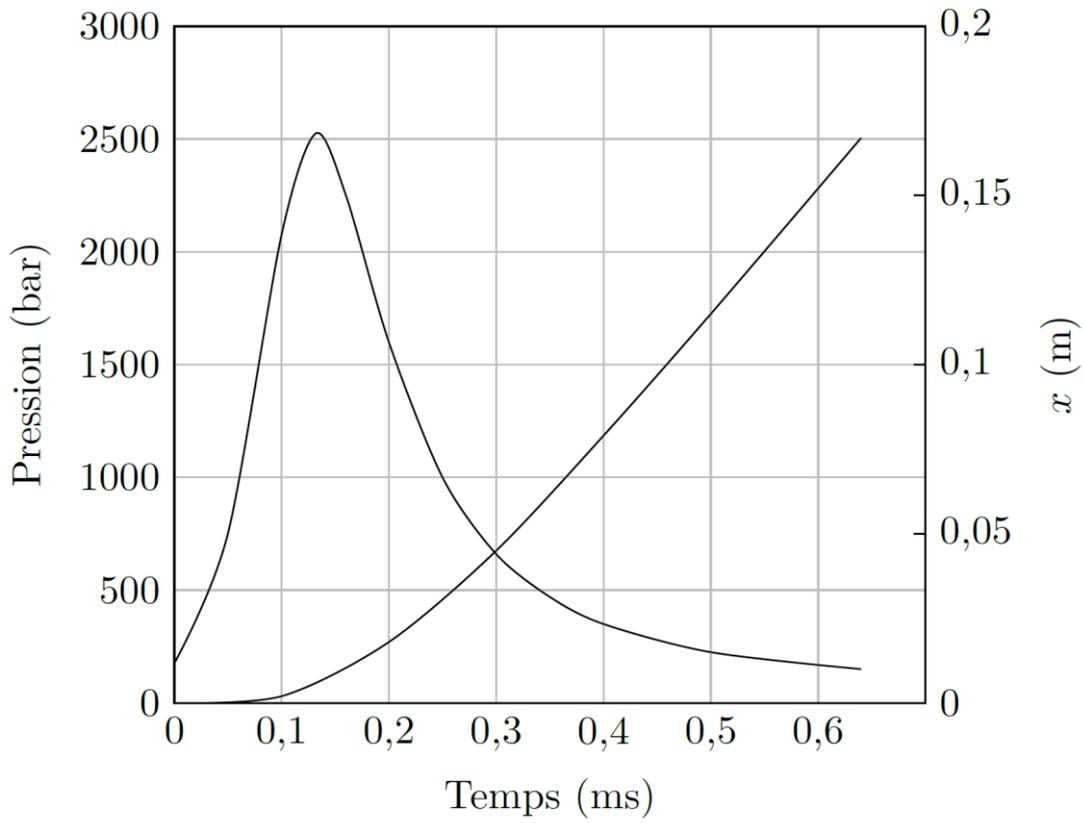
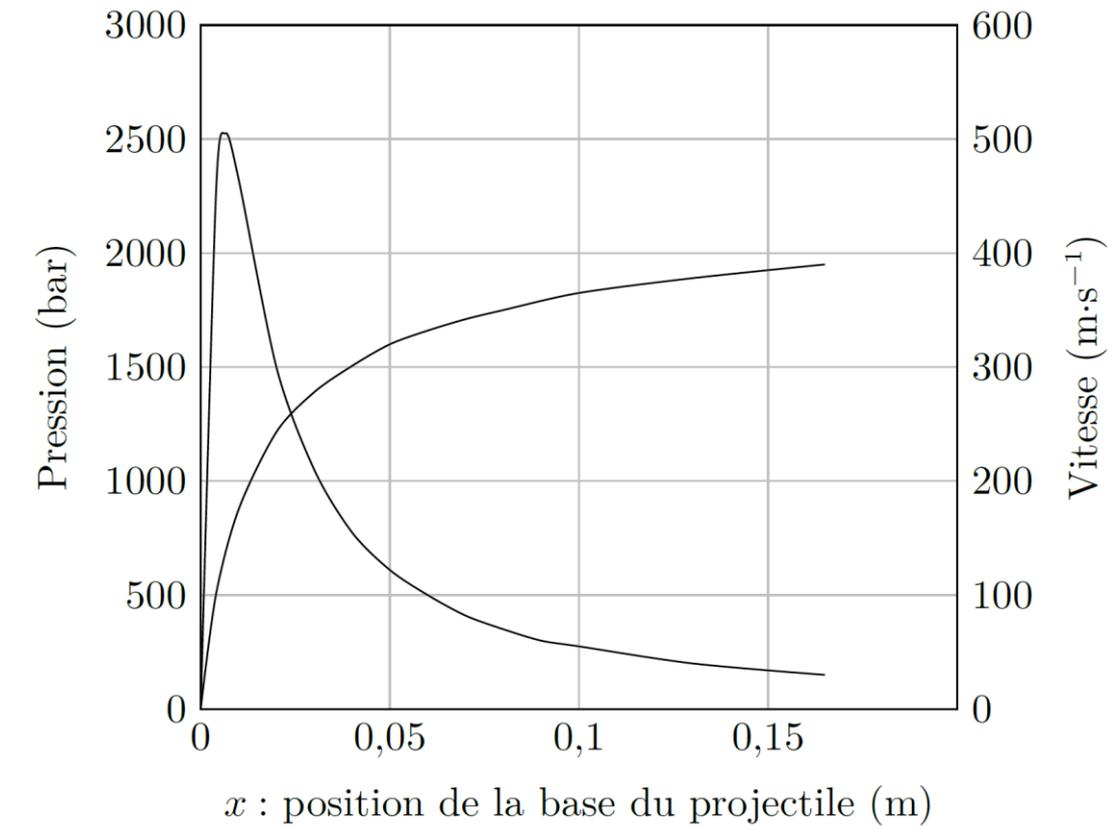


Figure 8 : D'après l'ouvrage Traces d'armes à feu d'Alain Gallusser, expert en sciences criminelles

29. À l'aide des courbes expérimentales et des hypothèses que vous jugerez nécessaires estimer la fraction d'énergie chimique convertie en énergie cinétique du projectile.
30. Faire le bilan des actions mécaniques subies par le projectile.
31. À l'aide des courbes et des données de l'énoncé, justifier numériquement qu'on peut négliger les forces de frottements.
32. Établir une relation entre l'accélération du projectile et la pression P du gaz. Confronter quantitativement avec les données expérimentales pour $P = 2000$ bar.

Dans un premier temps, on suppose que l'explosion est quasi-instantanée de durée τ .

33. Proposer une interprétation qualitative simple de l'évolution de la pression du gaz observée dans ce cadre. Estimer la durée τ de la combustion.
34. Pour $t \geq \tau$, exprimer le volume de gaz $V(t)$ en fonction de $x(t)$ et des données du problème.

Les pressions mises en jeu étant élevées, on peut se demander dans quelle mesure le modèle du gaz parfait est adapté pour décrire le comportement du gaz propulseur.

35. Expliquer brièvement sur quelles hypothèses microscopiques repose le modèle du gaz parfait. Justifier la forme de l'énergie interne donnée en annexe dans le cas d'un gaz parfait monoatomique à partir de l'interprétation microscopique de la température et donner la valeur de γ alors attendue.

Compte-tenu des conditions expérimentales de température, on prendra $\gamma = 1,3$ dans la suite du problème pour le gaz propulseur.

36. L'équation de van der Waals donnée en annexe est une équation d'état approchée d'un gaz réel et comporte deux termes correctifs par rapport à l'équation d'état d'un gaz parfait. En comparant le modèle à celui du gaz parfait, proposer une explication brève pour expliquer l'origine des deux termes correctifs.

Donner un exemple concret de détente nécessitant d'utiliser un modèle de gaz réel et une conséquence associée.

37. On se place à l'instant t_M où la pression atteinte par le gaz est maximale.

Estimer numériquement les corrections relatives correspondant à chacun des termes correctifs de l'équation de van der Waals, en supposant la combustion totale. On prendra $x(t_M) \approx 5$ mm.

Peut-on se contenter du modèle de gaz parfait ?

38. Estimer la température $T(t_M)$.

Dans la suite du problème, on admettra que l'on peut se contenter de l'équation $P(V - nb) = nRT$ pour décrire le comportement du gaz pour des pressions inférieures à 2000 bar (équation de Nobel-Abel).

39. Justifier numériquement que $V - nb \approx Sx$ pour $t \geq t_M$.

40. À l'aide des courbes, estimer le travail mécanique reçu par le gaz entre les instants t_M et t_F (instant où le projectile atteint l'extrémité du canon).
41. Rappeler brièvement les différents types de transfert thermiques possibles et donner un exemple pour chaque type de transfert.
42. On suppose que le transfert thermique prédominant est donné par la loi de Newton (donnée en annexe). À l'aide des courbes et des questions précédentes, donner un ordre de grandeur du transfert thermique reçu par le gaz au cours de la détente.

Que peut-on en déduire pour la transformation ?

Dans la suite, on néglige les variations de température du canon et du projectile.

43. On considère un gaz subissant une transformation. Dans le modèle du gaz parfait, quelles sont les conditions les moins restrictives que doit satisfaire la transformation pour que celle-ci suive la loi de Laplace ? Justifier brièvement.
44. Établir la relation de Laplace (généralisée) entre P et V dans les conditions précédentes dans cas d'un gaz réel caractérisé par le modèle d'Abel-Nobel.
45. La relation de Laplace est-elle vérifiée au cours de la détente du gaz propulseur ? Une justification quantitative soignée est attendue. On pourra utiliser judicieusement le papier *log-log* fourni en annexe à rendre avec la copie. Commenter le résultat obtenu.

On cherche à prévoir la température maximale que peut atteindre le gaz au moment de l'explosion.

46. En supposant la transformation du système {poudre + gaz} isochore dans cette phase, quelle serait la température théorique maximale attendue ? Discuter.

On envisage dans la suite un modèle de propulsion avec une combustion non instantanée.

47. Exprimer la masse de gaz $m_g(t)$ à un instant t en fonction de $z(t)$ et des données du problème.
48. On considère le système {poudre + gaz + projectile}. Faire un bilan d'énergie entre l'instant $t = 0$ et une date t quelconque.
49. À l'aide d'approximations que l'on justifiera, en déduire la relation :

$$m_c \frac{l-z}{l} q_c \approx \frac{PS(x-z)}{\gamma-1} + \frac{1}{2} m_p v^2$$

Commenter l'expression obtenue.

50. Dans le cadre précédent, expliquer comment on peut utiliser les courbes pour évaluer la fraction de poudre brûlée lorsque le projectile est expulsé du canon.

Une application numérique précise donne une fraction de 0,95. Commenter.

La cinétique de combustion de la poudre dépend de la forme de ses grains et est donnée pour des grains cylindriques par la loi de combustion : $\frac{dz}{dt} = -\alpha P$, où α est une constante positive et P la pression subie par la poudre.

|| 51. Estimer la valeur de la constante α en $\text{mm.s}^{-1}.\text{bar}^{-1}$.



Annexe

- **Loi de Newton**

La loi de Newton stipule que les échanges thermiques entre un solide et le fluide environnant sont proportionnels à la différence de température entre les deux. Dans le cas d'un contact gaz/métal, on donne la puissance thermique échangée par unité de surface : $p_{th} = h(T_{gaz} - T_{m\acute{e}tal})$, où $h = 7 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ est appelé est le coefficient conducto-convectif pour un contact métal/gaz.

- **Lois de Coulomb du frottement solide**

Cette loi relie la résultante \vec{R}_N des actions de contact normale au mouvement et la résultante tangentielle \vec{R}_T des actions de contact.

Dans le cas d'un non-glissement, $\|\vec{R}_T\| \leq f\|\vec{R}_N\|$

Dans le cas du glissement $\vec{R}_T = -f\|\vec{R}_N\|\vec{u}$ où \vec{u} est le vecteur unitaire indiquant le sens et la direction du glissement.

On donne le coefficient de frottement solide métal / métal : $f = 0.1$

- **Modèle gaz parfait :**

Équation d'état : $PV = nRT$ avec $R = 8.3 \text{ J.K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$.

Energie interne : $U(T, V) = \frac{nR}{\gamma-1}T$.

Entropie : $S(T, V) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S(T_0, V_0)$

- **Modèle gaz de Van der Waals :**

Équation d'état : $\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$.

Energie interne : $U(T, V) = \frac{nR}{\gamma-1}T - \frac{n^2a}{V}$.

Entropie : $S(T, V) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V-nb}{V_0-nb}\right) + S(T_0, V_0)$

Pour le gaz propulseur de masse molaire $M = 50 \text{ g.mol}^{-1}$, on prendra $a = 3.10^{-1} \text{ J.m}^3.\text{mol}^{-2}$ et $b = 4.10^{-5} \text{ m}^3.\text{mol}^{-1}$.

Fin du deuxième problème. Fin de l'épreuve.

Annexe à rendre avec la copie (détacher cette page du sujet)

Épreuve de Physique 1 du classement de fin d'année 2019 – PCSI

Numéro d'anonymat : _____

Attention : vous ne devez pas faire figurer votre nom ni le numéro de votre classe.

