



Épreuve de classement de fin d'année 2019



Première composition de physique – Éléments de correction

1.a. Un référentiel galiléen est défini par le principe d'inertie : il s'agit d'un référentiel au sein duquel tout point matériel persévère en son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme s'il est isolé ou si les forces qui s'exercent sur lui se compensent.

1.b. Le référentiel du laboratoire peut être considéré comme galiléen avec une excellente approximation pour des expériences courtes ($T \ll 24$ h) et d'extension spatiale limitée ($d \ll R_T$) ce qui est bien le cas ici. Les marées océaniques, ou encore la déviation vers l'Est sont des exemples de phénomènes physiques qui démontrent que le référentiel terrestre n'est pas, en toute rigueur, galiléen.

2. D'après la loi de Hooke, la force de rappel est proportionnelle à l'allongement du ressort. On a donc :

$$\vec{F}_r = -k(\ell(t) - \ell_0)\vec{u}_x$$

et ici comme l'extrémité inférieure du ressort est en $x = 0$, $\ell(t) = x(t)$ et on a :

$$\boxed{\vec{F}_r = -k(x - \ell_0)\vec{u}_x}$$

Cette modélisation est valide lorsque l'on est dans la zone de linéarité (ou d'élasticité) du ressort : cela suppose que l'allongement reste faible.

3. Dans le référentiel \mathcal{R} supposé galiléen, les forces qui s'appliquent à la dalle immobile, en absence de danseur, sont :

- son poids : $-mg\vec{u}_x$;
- la force de rappel du ressort : $-k(x_{eq} - \ell_0)\vec{u}_x$.

La projection du principe d'inertie sur \vec{u}_x donne immédiatement : $\boxed{x_{eq} = \ell_0 - \frac{mg}{k}}$.

On retrouve bien $x_{eq} < \ell_0$, ce qui est cohérent.

4. L'étude est analogue à celle de la question précédente, en remplaçant le système {dalle} par le système {dalle + danseur}, ce qui revient à changer m en $M + m$; on obtient donc : $x'_{eq} = \ell_0 - \frac{(m+M)g}{k} = x_{eq} - \frac{Mg}{k}$.

Finalement l'affaissement de la dalle s'écrit : $\boxed{\delta = \frac{Mg}{k}}$.

5. On prend par exemple $\delta = 5$ mm et on peut considérer un danseur de masse $M = 70$ kg. Il vient immédiatement :

$$k = \frac{Mg}{\delta}$$

L'application numérique donne : $k \approx 70 \times \frac{10}{5 \times 10^{-3}} \approx 1,4 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}$. L'ordre de grandeur est celui d'un ressort de raideur assez importante. On trouve des ressorts de raideurs un peu supérieures dans les amortisseurs automobiles par exemple, ce qui valide le résultat.

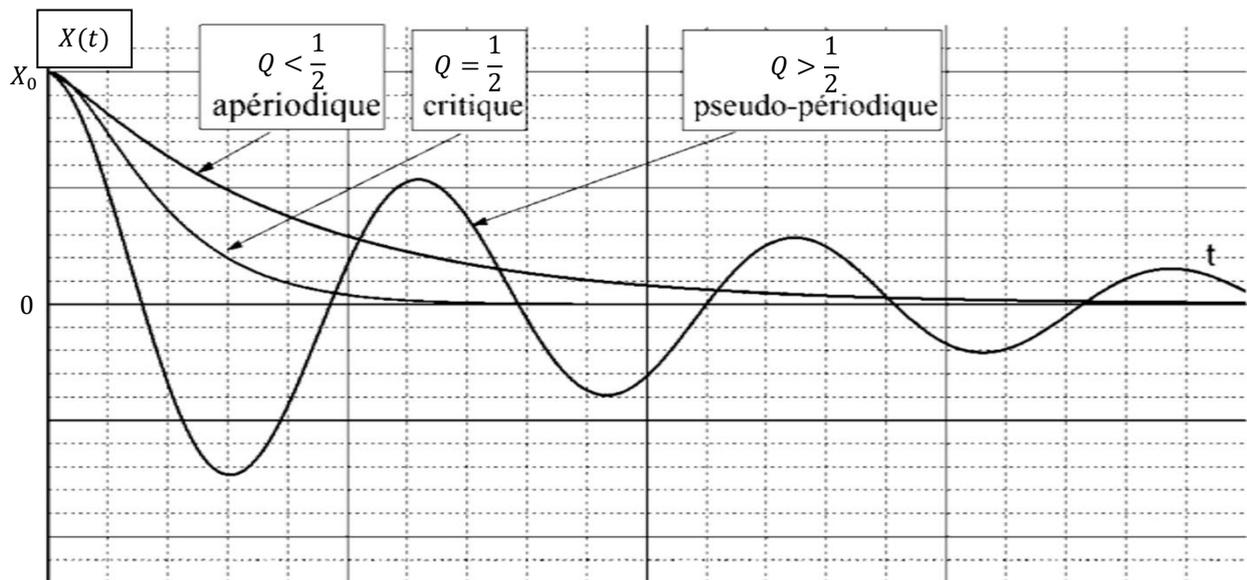
6. La projection sur \vec{u}_x de la seconde loi de Newton appliquée au système {dalle} donne :

$$m\ddot{x}(t) = -(\alpha + D)\dot{x}(t) - k(x - \ell_0) - mg - F(t)$$

On obtient donc immédiatement, avec $X = x - x_{eq}$: $\ddot{X} + \frac{\alpha+D}{m}\dot{X} + \frac{k}{m}X = -\frac{F(t)}{m}$.

La forme canonique de l'oscillateur amorti s'écrit : $\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{X} + \omega_0^2 X = -\frac{F(t)}{m}$. On identifie la pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et le facteur de qualité $Q = \frac{\sqrt{km}}{\alpha+D}$.

7. Le régime libre dépend de la valeur de Q : pour $Q > \frac{1}{2}$ le régime est pseudo-périodique, pour $Q = \frac{1}{2}$ il est apériodique critique (ou critique), pour $Q < \frac{1}{2}$ il est apériodique.



8. La loi de Lenz stipule que phénomènes d'induction tendent par leurs effets à s'opposer aux causes qui leur ont donné naissance. Il s'agit d'une loi de modération, découverte dans la première moitié du XIX^{ème} siècle. D'après cette loi, si le rotor est entraîné à la vitesse $\Omega > 0$, le couple de Laplace sur l'axe (Oz) sera négatif.

9. La force de Laplace élémentaire sur le brin de longueur dr s'écrit : $d\vec{F} = idr\vec{u}_r \wedge B_0\vec{u}_z$, donc $d\vec{F} = -iB_0dr\vec{u}_\theta$. Le moment scalaire élémentaire qui en résulte s'écrit donc (en utilisant de préférence un bras de levier plutôt qu'un produit vectoriel !) : $d\vec{M} \cdot \vec{u}_z = -iB_0rdr$. Son signe est donc cohérent avec la loi de modération précédente.

10. Le résultat s'obtient immédiatement par intégration : $\mathcal{M} = -\frac{Na^2}{2}iB_0$.

11. Le résultat est à nouveau immédiat : $\mathcal{M} = -\frac{Na^2}{2}iB_0\Omega$.

12. On utilise la relation vue en cours : $\mathcal{P}_{Lap} + ui = 0$, où u est la tension électromotrice induite en convention générateur. On a donc : $u = \frac{Na^2}{2}B_0\Omega$, ce qui est de la forme attendue avec $K = \frac{Na^2}{2}B_0$.

L'application numérique donne : $K = 10^3 \times 10^{-2} \times 10^{-1} = 1$ Wb. On a donc $U = 10$ V si $\Omega = 10$ rad.s⁻¹.

13. Les pas de danse se font à une fréquence correspondant au rythme de la musique. On peut considérer comme ordre de grandeur 120 pulsations par minute, soit une fréquence de 2 Hz. En régime sinusoïdal forcé, l'impédance de la bobine s'écrit $jL\omega$, ce qui correspond alors en ordre de grandeur à une impédance imaginaire pure de 15 m Ω . L'ordre de grandeur de l'impédance (réelle) de R est plus de 1000 fois plus grand : pour l'association {R+L} on peut donc négliger la partie imaginaire de l'impédance devant la partie réelle ; la bobine équivaut à un fil.

14. La puissance instantanée absorbée par les DEL correspond à la puissance absorbée par R_L : elle s'écrit donc, à un instant t : $\mathcal{P}_L = \frac{v^2(t)}{R_L}$. D'après la relation du diviseur de tension, on a $v(t) = \frac{R_L}{R+R_L}K\Omega(t)$ c'est-à-dire finalement, avec $\Omega(t) = \gamma\dot{x}(t)$:

$$\mathcal{P}_L = \frac{1}{R_L} \left(\frac{R_L}{R+R_L} \right)^2 (K\gamma\dot{x}(t))^2$$

Ce résultat est de la forme attendue avec $A = \frac{R_L}{(R+R_L)^2}$

15. On a $\mathcal{P}_P = \frac{\mathcal{P}_u}{\eta} = \frac{u \cdot i}{\eta} = \frac{u^2}{\eta(R+R_L)}$

Finalement $\mathcal{P}_P = \frac{(K\gamma\dot{x})^2}{\eta(R+R_L)}$.

16. La puissance prélevée à la dalle mobile est la puissance de la force $\overrightarrow{F_{d \rightarrow s}}$ exercée par la dalle mobile sur le système de conversion d'énergie. La puissance de la force exercée par le système de conversion d'énergie sur la dalle mobile s'écrit donc $-\frac{(K\gamma\dot{x})^2}{\eta(R+R_L)}$, ce qui signifie qu'on peut interpréter la présence du dispositif de conversion d'énergie par une force $-\frac{(K\gamma)^2 \vec{v}}{\eta(R+R_L)}$, ce qui permet d'identifier $\alpha = \frac{(K\gamma)^2}{\eta(R+R_L)}$.

17. On obtient : $\alpha = \frac{4.10^8}{0,5 \times 220} \approx 4.10^6$ N.s.m⁻¹, donc on peut bien négliger D .

18. L'exemple qui vient le plus naturellement à l'esprit est celui de la génératrice de bicyclette, mais cette propriété est vraie de tous les alternateurs, par exemple ceux que l'on trouve dans une éolienne ou dans une usine de production hydroélectrique.

19. La mesure d'une force s'effectue généralement par la mesure d'une résistance dont la valeur dépend de sa déformation sous l'effet de la force qui s'applique (jauge de contraintes). La mesure de la résistance s'effectue elle-même par une mesure de tension, généralement la tension de déséquilibre d'un pont (type Wheatstone par exemple).

20. On mesure 5 périodes entre 0,2 et 1,9 secondes. On a $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{10\pi}{1,7} \approx 1,8 \text{ rad.s}^{-1}$.

Il s'agit ici d'une approximation au premier harmonique ; on pourrait si on disposait d'outils numériques type FFT avoir une analyse plus fine.

La valeur moyenne de la courbe est approximativement 1000 N, donc $F_0 \approx 1,0 \cdot 10^3 \text{ N}$.

L'amplitude (autour de la valeur moyenne) est de l'ordre de 800 N, donc $F_1 \approx 8 \cdot 10^2 \text{ N}$.

21. La démarche est identique à celle de la question 6. On obtient :

$$m\ddot{x}(t) = -\alpha\dot{x}(t) - k(x - \ell_0) - mg - F_0 - \frac{F_1}{m} \cos(\omega t + \varphi)$$

22. Le système est en régime forcé. On pose $X = x - \ell_0 + \frac{mg + F_0}{k}$, et on obtient :

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{X} + \omega_0^2 X = -\frac{F_1}{m} \cos(\omega t + \varphi)$$

NB : Il fallait donc ici changer le signe du second membre par rapport à l'énoncé (ou changer φ en φ'). Compte tenu de cette erreur d'énoncé, la correction de cette question a été particulièrement bienveillante pour ne pénaliser personne.

23. On passe en notation complexe : $-\omega^2 \underline{X}_0 + \frac{j\omega}{Q} \omega_0 \underline{X}_0 + \omega_0^2 \underline{X}_0 = -\frac{F_1}{m}$, avec $\underline{F}_1 = F_1 e^{j\varphi}$ et $\underline{X}_0 = X_0 e^{j\psi}$

On a $X_0 = |\underline{X}_0|$, donc $X_0 = \frac{\frac{F_1}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q}\right)^2}}$

24. $\underline{V}_0 = j\omega \underline{X}_0$ donc $V_0 = X_0 \omega$.

25. On a $\langle \mathcal{P}_P \rangle = \langle \alpha (V_0 \cos(\omega t + \psi))^2 \rangle = \frac{1}{2} \alpha V_0^2 = \frac{1}{2} \alpha \omega^2 X_0^2$

En remplaçant (qu.23) on a donc : $\langle \mathcal{P}_P \rangle = \frac{1}{2} \alpha \frac{\left(\frac{F_1}{m}\right)^2 \times \frac{Q^2}{\omega_0^2}}{1+Q^2 \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \right]}$

Or $\langle \mathcal{P}_L \rangle = \eta \times \langle \mathcal{P}_P \rangle \times \left(\frac{R_L}{R+R_L}\right)$

On remplace l'expression de Q (qu.6) et on simplifie le dénominateur avec l'expression de $\frac{Q}{\omega_0}$ (qu.6), il reste donc :

$$\langle \mathcal{P}_L \rangle = \frac{\eta^2 \left(\frac{R_L}{R+R_L}\right) \times F_1^2}{2(K\gamma)^2 \left[1 + \frac{km\eta^2(R+R_L)^2}{K^4\gamma^4} \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) \right]^2 \right]}$$

On a donc bien :

$$\langle \mathcal{P}_L \rangle = \frac{(\eta F_1 K)^2 R_L \gamma^2}{2K^4\gamma^4 + 2\eta^2 km(R+R_L)^2 \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) \right]^2}$$

(ce qu'il fallait démontrer).

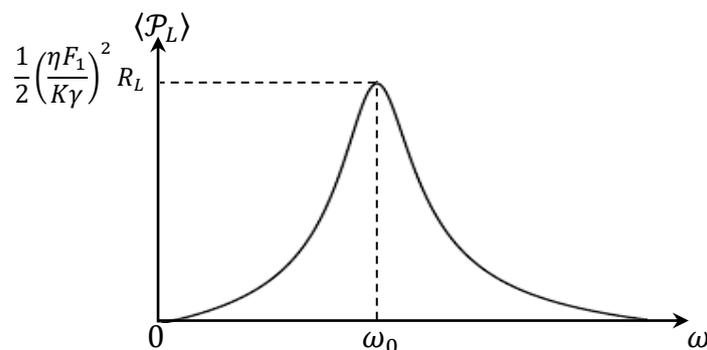
26. Analyser les comportements asymptotiques de $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ aux basses et aux hautes fréquences. Déterminer, littéralement puis numériquement, la pulsation ω pour laquelle $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ est maximale, ainsi que l'expression littérale de la puissance moyenne récupérée maximale notée $\langle \mathcal{P}_L \rangle_{max}$. Tracer alors l'allure qualitative de $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ en fonction de ω .

On reconnaît dans l'expression de $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ un comportement passe-bande : $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ est nulle à basses fréquences et à hautes fréquences. Le maximum est atteint pour $\omega = \omega_0$ (cours sur le passe-bande), c'est-à-dire pour $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

L'application numérique donne $\omega = \sqrt{\frac{1,4}{35}} \times 10^5 \approx \sqrt{0,4} \times 10^2 \approx 60 \text{ rad.s}^{-1}$.

La valeur du maximum est : $\langle \mathcal{P}_L \rangle_{max} = \frac{1}{2} \left(\frac{\eta F_1}{K\gamma}\right)^2 R_L$.

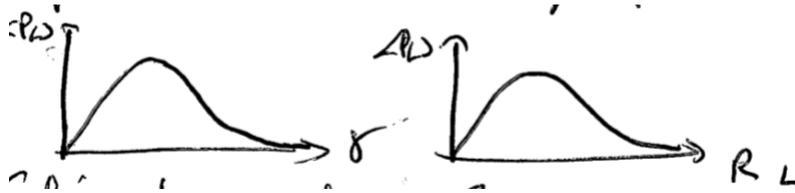
Finalement, on peut donner l'allure suivante :



27. On a $\omega_1 \approx 12 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega_2 \approx 13 \text{ rad.s}^{-1}$ et ces deux pulsations sont inférieures à ω_0 , donc dans la partie croissante de la courbe. L'équipe 1 produit donc un peu moins d'énergie que l'équipe 2.

28. L'observation des courbes que l'on obtient à partir de la surface en traçant $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ en fonction de γ (à R_L constant) d'une part et $\langle \mathcal{P}_L \rangle$ en fonction de R_L (à γ constant) d'autre part montre une cohérence avec la forme théorique de ces deux fonctions :

$$\begin{cases} \langle \mathcal{P}_L \rangle(\gamma) = \frac{A\gamma^2}{B\gamma^4 + C} \\ \langle \mathcal{P}_L \rangle(R_L) = \frac{DR_L}{E + FR_L^2} \end{cases}$$



On mesure sur le graphique que la puissance est maximale pour $R_L \approx 3 \cdot 10^2 \Omega$ et $\gamma \approx 2 \cdot 10^4 \text{ rad.m}^{-1}$.

Propulsion chimique

1. On suppose combustion terminée en $x=L$

la fraction convertie est $\eta = \frac{\frac{1}{2} m_p v_p^2}{m_c q_c}$

AN. Pour $v_p \approx 4 \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}$, $\eta = \frac{1}{2} \frac{8 \cdot 10^{-3} \times (4 \cdot 10^2)^2}{0,4 \cdot 10^{-3} \times 3 \cdot 10^6} = \frac{16}{3} \cdot 10^{-1} \approx 0,5$

→ Conversion de l'ordre de 50%

2. {projectile} R_g soumis

- Resultante forces pression $\vec{F}_p = (P - P_0) S \vec{u}_x$ avec $P \gg P_0$ d'après données

- Poids $\vec{P} = m_p \vec{g}$

- Réaction support $\vec{R} = \vec{R}_V + \vec{R}_T = R_V \vec{u}_y - \int R_V \vec{u}_x$ (glissement...)

3. TAN. $\vec{u}_y \rightarrow R_V = m_p g$ donc $\vec{R}_T = - \int m_p g \vec{u}_x$

À cours propulsion, $F_p \approx P S$ avec $P_{\text{minimale}} \approx 100 \text{ bar} = 10^7 \text{ Pa}$.

Donc $F_p \approx 10^7 \times 6 \cdot 10^{-5} \approx 6 \cdot 10^2 \text{ N}$. Donc $F_p \ll R_T$ et frottements négligeables

$R_T \approx 0,1 \times 8 \cdot 10^3 \times 10 \approx 8 \cdot 10^3 \text{ N}$

4. {projectile}. TAN. $\vec{u}_x \rightarrow \left| \ddot{x} \approx \frac{P S}{m_p} \right|$

- Pour $P = 2000 \text{ bars}$, $\frac{P S}{m_p} = \frac{2 \cdot 10^8 \times 6 \cdot 10^{-5}}{8 \cdot 10^{-3}} \approx 1 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-2}$

- À l'aide des courbes, on peut estimer $\frac{\ddot{x}(2000 \text{ bars})}{\ddot{x}(1500 \text{ bars})} \approx \frac{v(2000 \text{ bars}) - v(1500 \text{ bars})}{t(2000 \text{ bars}) - t(1500 \text{ bars})}$

D'où $\ddot{x} \approx \frac{1,75 \cdot 10^2 - 2,5 \cdot 10^2}{0,15 \cdot 10^{-3} - 0,2 \cdot 10^{-3}} \approx \frac{75}{5 \cdot 10^{-5}} \approx 1 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-2}$

Bon accord.

- 5. • Jusqu'à $t = 0,15 \text{ ms}$ augmentation rapide pression et déplacement faible (de l'ordre du mm) du projectile qui peut correspondre à une phase de combustion \triangleq isochore $\rightarrow \underline{21 \text{ g/s}}$.
- Après $t = 915 \text{ ms}$, détente gaz.

6. La combustion étant supposée terminée, $V(t) = S(P + z(t))$

7. x A l'échelle microscopique, on considère les molécules quasi-parfaites et sans interactions entre elles (autres que les collisions) -
Rq Les collisions sont supposées élastiques

x L'énergie interne est $U = E_{\text{micro}} + E_{\text{macro}}$

- Gaz parfait: $E_{\text{micro}} = 0$

- Gaz monoatomique: les seuls $m \frac{v^2}{2}$ sont des translations

$E_{\text{micro}} = N \times \langle e_c \rangle = N \times \frac{1}{2} m u^2$ $\langle e_c \rangle =$ énergie cinétique moyenne

avec $\frac{1}{2} m u^2 = \frac{3}{2} k_B T$

D'où $U = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T$

Par identification, $U = \frac{nR}{\gamma - 1} T$ avec $\frac{3}{2} = \frac{1}{\gamma - 1} \rightarrow \gamma = \frac{5}{3}$
 GP monoatomique

Rq $\gamma = 1,3 \rightarrow$ les gaz formés par combustion ne sont pas monoatomiques...

8. - Si on ne prend que terme $(V-nb)$, l'éq est $P = \frac{nRT}{V-nb}$
 à comparer avec $P = \frac{nRT}{V}$

→ on ne peut pas faire tendre $V \rightarrow 0$ sans prendre en compte taille molécules (négligeable dans modèle gaz parfait)

- Si on ne prend que terme $P + \frac{n^2 a}{V^2}$, $P = \frac{nRT}{V} - \frac{n^2 a}{V^2}$

La pression est inférieure à celle du G.P

→ on prend en compte interactions (attractives) entre molécules

Rq On peut aussi avoir X-palu force de Van der Waals ----

Détente Joule Gay-Lussac: normalement, $\Delta U = 0 \rightarrow \Delta T = 0$ pour gaz parfait. En réalité T ↓ légèrement - On peut même l'interpréter

avec $C_V(T_f - T_i) = n^2 a \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right) < 0$ (énergie interne Gaz Van der Waals)

9. Pour t_1 , on a $V = \frac{5}{1+2} \approx 6 \cdot 10^{-5} \times 10^{-3} \approx 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$

$\frac{mb}{M} = \frac{m_c \times b}{M} \approx \frac{0,4}{50} \times 4 \cdot 10^{-5} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$

→ Variation relative de 50%

$P = 2500 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

$\frac{a n^2}{V^2} = \frac{0,3 \times (8 \cdot 10^{-3})^2}{(6 \cdot 10^{-7})^2} \approx \frac{3 \times 64 \times 10^{-7}}{36 \times 10^{-14}} \approx 95 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

Rq $m = \frac{m_c}{n} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ → Variation relative de 20%

10. D'après ce qui précède, on prend en compte les 2 termes

$$\text{et } T(t_n) = \frac{1}{mR} \left[P + \frac{aR^2}{V^2} \right] (V - nb)$$

$$\approx \frac{1}{8 \cdot 10^{-3} \times 8} \times 3 \cdot 10^8 \times 3 \cdot 10^{-7} \approx \frac{9}{64} 10^4 \text{ N} \cdot 10^3 \text{ K}$$

→ température élevée!

11. $V - nb = S \left[l + x - \frac{mb}{S} \right]$

$$\frac{mb}{S} \approx \frac{3 \cdot 10^{-7}}{6 \cdot 10^{-5}} \text{ N} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \text{ d'où } \underline{V - nb \approx Sx} \quad \underline{l = S}$$

12. Pour le gaz, le travail reçu de la part forces pression est

$$W = \int_{t_n}^{t_F} -P dV = -Sx \int_{t_n}^{t_F} P(x) dx$$

aire sous la courbe P(x)

On peut estimer ≈ 5 rectangles sous la courbe

$$\rightarrow \underline{W \approx -S \times 6 \cdot 10^{-5} \times 500 \cdot 10^8 \times 5 \cdot 10^{-2} \approx -7 \cdot 10^2 \text{ J} < 0}$$

Rq On peut comparer ce travail à $E_c = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \approx \frac{1}{2} \times 8 \cdot 10^{-3} \times (4 \cdot 10^2)^2 \text{ N} \cdot 6 \cdot 10^2 \text{ J}$

Ordre cohérent! ...

- 13. - rayonnement (soleil...)
- convection (air chauffé par radiateur)
- diffusion (transfert thermique dans solide chauffé...)

14. D'après la loi de Newton,

$$Q \approx \frac{S_{\text{tot}} \times h \times (T_0 - T_{\text{gaz}}) \times Z}{1}$$

- On peut prendre $Z \approx 0,5 \text{ ms}$

$$(T_0 - T_{\text{gaz}}) \approx 10^3 \text{ K}$$

$$S_{\text{tot}} \approx 2\pi \left(\frac{d}{2}\right) L + \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \approx \pi d L \approx 3 \times 10^{-3} \times 17 \times 10^{-2}$$

$$\rightarrow S_{\text{tot}} \approx 4 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ (en prenant échanges avec canon...)}$$

$$\text{D'au } Q \approx 4 \times 10^{-3} \times 7 \times 10^3 \times 0,5 \times 10^{-3} \approx 2 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$\rightarrow Q \ll W$ - La transformation peut être supposée adiabatique

15. Il suffit que la transformation soit - quasistatique

$\oint \Delta S = 0$ pour GP et entropie donnée - isentropique

16. On a $\Delta S = 0$

$$\rightarrow \frac{1}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \ln\left(\frac{V-nb}{V_0-nb}\right) = 0 \text{ avec expressions entropie fournie}$$

$$\text{D'au } T(V-nb)^{\gamma-1} = \text{cte.}$$

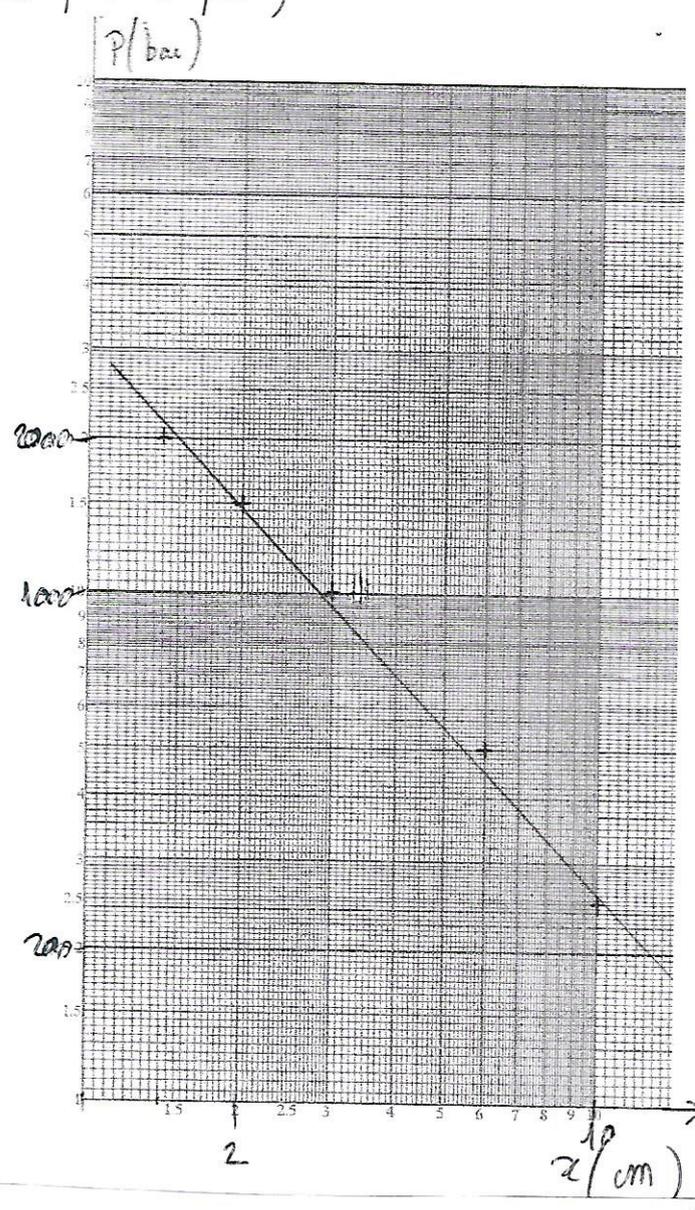
D'après le modèle d'Abel-Nobel, $mRT = P(V-nb)$

$$\text{D'au } \boxed{P(V-nb)^{\gamma} = \text{cte}}$$

17. D'après H, $V_{nb} \approx 5x$

→ Pour vérifier si la Bi de Laplace (généralisée) est vérifiée, il suffit de tracer $\ln P$ en fonction de $\ln x$. Dans le cas d'une transformation adiabatique quasi-statique, on attend une droite de pente $-\gamma = -1,3$.

Lecture courbes	P (bars)	x (cm)
	2000	1,4
	1500	2
	1000	3
	500	6
	250	10



Tracé sur papier log-log

→ on obtient une droite pente ≈ -1

On n'a donc pas une transformation vérifiant Bi Laplace (mais plutôt isotherme)

- A priori non adiabatique
- Combustion non terminée au cours de la détente

18. 1^{er} principe { poudre + gaz } suppose isochore (Modèle V. Waals mais $V = cte$)

$$\Delta U = Q = \frac{mR}{\gamma - 1} (T_f - T_0) \rightarrow \Delta T = \frac{(\gamma - 1) m c q_c}{mR} = \frac{(\gamma - 1) \pi q_c}{R}$$

AN $\Delta T \approx \frac{93 \times 50 \times 10^{-3} \times 310^6}{8} \approx 6 \times 10^3 \text{ K}$! trop élevé / $T(T_0) \approx 10^3 \text{ K}$

↳ transf non isochore (et non instantané)

19)
$$m_{\text{gaz}}(t) = m_c \left(\frac{l-z}{p} \right)$$

20) 1^{er} ppe { poudre + gaz + projectile } - Transf. suppose' adiabatique

$$\Delta U_{\text{poudre}} + \Delta U_{\text{gaz}} + \Delta E = W_{\text{ext}} = -p_0(\Delta V)$$

D'au
$$-q_c m_{\text{gaz}}(t) + \frac{mR}{\gamma-1} \Delta T + \frac{1}{2} m_p v_p^2 = -p_0(V - S'l)$$

 avec $V = S(l+z-z)$

21) D'après les questions précédentes

- $\frac{mR\Delta T}{\gamma-1} \approx \frac{nRT}{\gamma-1}$
- Si on suppose modèle Abel-Nobel, $mRT = P(V-nb)$
- On peut supposer travail foras pression négligeable car $p_0 \ll P$

D'au
$$-q_c m_c \left(\frac{l-z}{p} \right) + \frac{P(V-nb)}{\gamma-1} + \frac{1}{2} m_p v_p^2 \approx 0$$

avec $V-nb = S(x-z) + S'l - nb \approx S(x-z)$

D'au
$$m_c \frac{l-z}{p} q_c \approx \frac{PS(x-z)}{\gamma-1} + \frac{1}{2} m_p v_p^2$$

Par rapport à (1), l'énergie "perdue" correspond à l'énergie interne encore "stockée" dans le gaz.

22) γ On se place en $x=L$; on a alors $z \ll L$
 \times On évalue $\frac{PSL}{\gamma-1}$ et $\frac{1}{2} m_p v_p^2 \rightarrow$ on en déduit $\frac{l-z}{p}$ qui est la fraction "brûlée".

$$\frac{l-z}{p} = 995 : \text{combustion non totale.}$$

23
$$\Delta z = -\alpha \int_{t=0}^{t_f} p(t) dt$$

On peut estimer la surface sous la courbe $p(t)$ entre les instants $t=0$ et t_f à M carrés, la surface d'un carré correspondant à $500 \text{ bar} \cdot 0,1 \text{ ms}$

D'où
$$\int_{t=0}^{t_f} p(t) dt = 0,95 \text{ bar} \cdot \text{s}$$

Entre ces 2 instants, $\Delta z = -0,95 \times \alpha \approx 5 \text{ mm}$.

D'où
$$\alpha \approx 10^1 \text{ mm} \cdot \text{bar}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$