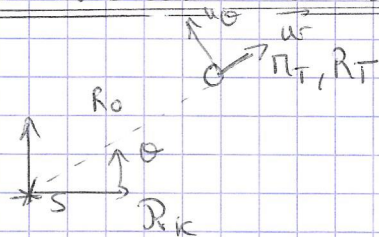


## CORRECTION Impact d'un bolide sur Terre

### 1) Collision entre un bolide et la Terre



On applique un TCR à la Terre dans  $R_K$  :

$$R_0 \ddot{\vec{u}}_0 - M_T R_0 \dot{\vec{\theta}}^2 \vec{u} = - \frac{G M_S M_T}{R_0^2} \vec{u}$$

$\Rightarrow$  On en déduit que  $\ddot{\vec{\theta}} = 0$  et le mouvement circulaire de la Terre autour du soleil est uniforme.

Par ailleurs  $M_T \frac{v_T^2}{R_0} = G \frac{M_S M_T}{R_0^2} \Leftrightarrow \boxed{v_T = \sqrt{\frac{G M_S}{R_0}}}$

AN  $v_T = \sqrt{\frac{7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{10^{11}}} = \sqrt{14} \sqrt{10^8} = 4 \cdot 10^4 \text{ m/s}$   
 $= \underline{40 \text{ km/s}}$

2) Le référentiel géocentrique est en translation circulaire uniforme dans  $R_K$ .  
Il n'est donc pas galiléen a priori (pas de mouvement de translation rectiligne uniforme)

3) Le bolide n'est soumis qu'à la force gravitationnelle exercée par la Terre dans le référentiel géocentrique. Ce système est donc conservatif et

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} m_b v^2 - \frac{G m_b M_T}{r}}$$

4) Appliquons le théorème du moment cinétique par rapport à O au bolide dans le référentiel géocentrique

$$\left( \frac{d\vec{L}_O(r)}{dt} \right)_{R_{geo}} = \vec{O}r \wedge \left( \vec{f}_{T \rightarrow \text{bolide}} \right) = \vec{0} \quad (\text{force centrale de centre O})$$

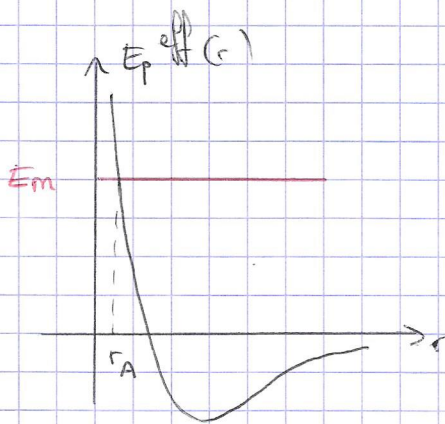
$$\Rightarrow \boxed{\vec{L}_O(r) = c\vec{f}}$$

Ceci conduit à deux conséquences :

- le mouvement est plan contenu dans (Oxy)
- $\vec{L}_O = m r^2 \dot{\theta} \vec{u}_z$  et  $C = r^2 \dot{\theta}$  est la constante des aires  
ici  $C = -b v_r$

D'ail  $E_m = \frac{1}{2} m_b [\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2] - \frac{G m_b M_T}{r}$

$$E_m = \frac{1}{2} m_b \dot{r}^2 + \underbrace{\frac{m_b (b v_r)^2}{2 r^2} - \frac{G m_b M_T}{r}}_{E_p^{\text{eff}}(r)}$$



$E_m = \frac{1}{2} m_b v_r^2 > 0$  donc la trajectoire de la comète est libre.

On peut montrer qu'il s'agit d'une hyperbole enveloppant le foyer O.

5) en A  $\dot{r} = 0$  (voir figure ci-dessus) donc  $\vec{v}_A = r_A \dot{\theta}_A \vec{u}_\theta$   
 $C = -b v_r = -r_A v_A \Leftrightarrow \boxed{b v_r = d_{\min} v_A} \quad (1)$

6) On a par ailleurs  $\frac{1}{2} m_b v_r^2 = \frac{1}{2} m_b v_A^2 - \frac{G m_b M_T}{d_{\min}} \quad (2)$

En réinjectant (1) dans (2) :  $\frac{1}{2} m_b v_r^2 = \frac{1}{2} m_b \frac{b^2 v_r^2}{d_{\min}^2} - \frac{G m_b M_T}{d_{\min}}$

$$\Leftrightarrow m_b v_r^2 d_{\min}^2 - m_b b^2 v_r^2 + 2 G m_b M_T d_{\min} = 0$$

qui admet pour solution  $d_{\min} = \frac{-2 G m_b M_T \pm \sqrt{4 G^2 m_b^2 M_T^2 + 4 m_b b^2 v_r^2}}{2 m_b v_r^2}$

$$\Leftrightarrow \boxed{d_{\min} = -\frac{G M_T}{v_r^2} + \sqrt{\frac{G^2 M_T^2}{v_r^4} + b^2}}$$

7) Le bolide entre en collision avec la Terre si  $d_{\min} < R_T$

$$\Leftrightarrow -\frac{GR_T}{v_r^2} + \sqrt{b^2 + \frac{G^2 R_T^2}{v_r^4}} < R_T$$

$$\Leftrightarrow b^2 + \frac{G^2 R_T^2}{v_r^4} < \left(R_T + \frac{GR_T}{v_r^2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow b^2 < R_T^2 + \frac{2 R_T G R_T}{v_r^2}$$

$$b_{\max} = \sqrt{R_T \left(R_T + \frac{2 G R_T}{v_r^2}\right)}$$

8) En cas de collision  $r = R_T$  au moment de la collision et

$$\frac{1}{2} m_b v_r^2 = \frac{1}{2} m_b v_i^2 - \frac{G R_T m_b}{R_T}$$

$$\Leftrightarrow v_i^2 = v_r^2 + \frac{2 G R_T}{R_T} = v_r^2 + v_L^2$$

avec  $v_L = \sqrt{\frac{2 G R_T}{R_T}}$

Dans l'encadré, on indique  $v_r : 0 \rightarrow 60 \text{ km/s}$

$$\text{AN. } v_L = \sqrt{\frac{2 \cdot 7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6 \cdot 10^6}} = \sqrt{14} \sqrt{10^7} = 4.3 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_L = 1 \cdot 10^4 \text{ m/s}}$$

$v_L$  correspond à la vitesse de libération de l'attraction terrestre

$$\left( \text{car } \frac{1}{2} m v_L^2 - \frac{G R_T m}{R_T} = 0 \right)$$

9)  $v_r : 0 \rightarrow 6 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

$$v_i = v_L \rightarrow \sqrt{v_L^2 + v_r^2} = \sqrt{36 \cdot 10^8 + 10^8} = \sqrt{37} \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$\underline{1 \cdot 10^4 \text{ m/s} \rightarrow 6 \cdot 10^4 \text{ m/s}}$$

10) Comme on néglige les mouvements propres du bolide :

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r_b^3 \cdot \rho_b \cdot v_i^2 = \boxed{\frac{2 \pi r_b^3}{3} \rho_b v_i^2}$$

A.N  $E_c = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot (80)^3 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot (2 \cdot 10^4)^2$

$$E_c = 2 \cdot 8^3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10^{3+3+8} = 2 \cdot 8^4 \cdot 10^{14} = \underline{\underline{6 \cdot 10^{17} \text{ J}}}$$

Equivalent TNT :  $\frac{E_c}{4 \cdot 10^9} = \frac{6 \cdot 10^{17}}{4 \cdot 10^9} \approx \underline{\underline{2 \cdot 10^8 \text{ tonnes}}}$  !

à comparer avec l'énergie libérée à Hiroshima :  $15 \cdot 10^3$  tonnes

L'explosion de la météorite libère une énergie  $1 \cdot 10^4$  fois supérieure à la bombe ?!

C'est hallucinant !

## II Traversée de l'atmosphère

11) Principe de la statique des fluides  $\vec{\text{grad}} P = -\rho \vec{g}$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = P(z) \\ \text{et } \frac{dP}{dz} = -\rho g \end{cases}$$

Par ailleurs l'air étant assimilé à un gaz parfait  $P = \frac{\rho R T_0}{M_{\text{air}}}$

Ainsi  $\frac{dP}{dz} = \frac{R T_0}{M} \frac{d\rho}{dz} = -\rho g$

$$\Leftrightarrow \frac{d\rho}{\rho} = - \frac{g M_{\text{air}}}{R T_0} dz$$

$$\Leftrightarrow \rho(z) = \rho_0 e^{-z/H_a}$$

avec  $\boxed{H_a = \frac{R T_0}{g M_{\text{air}}}}$

Application numérique

$$H_a = \frac{8 \cdot 3 \cdot 10^2}{10 \cdot 29 \cdot 10^{-3}} = \underline{1 \cdot 10^4 \text{ m}}$$

$$\rho_0 = \frac{P_0 \pi r_{\text{air}}}{RT_0}$$

$$\rho_0 = \frac{10^5 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 3 \cdot 10^2} = \frac{1}{8} \cdot 10 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \approx \underline{1 \text{ kg/m}^3}$$

12) proche de la surface de la Terre  $\rho \approx \rho_0$

$$\text{adG force de traînée} \approx \rho_0 \pi r_b^2 v^2 \approx 3 \cdot (80)^2 \cdot (2 \cdot 10^4)^2 \approx \underline{6 \cdot 10^{12} \text{ N}}$$

$$\text{adG poids} \approx \rho_b \frac{4}{3} \pi r_b^3 g \approx 2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10 \cdot (80)^3 \approx \underline{3 \cdot 10^{10} \text{ N}}$$

$$\Rightarrow \underline{mg \ll F_t}$$

13) Le bolide n'est soumis qu'à une force antiparallèle à sa vitesse si on néglige le poids

$$\text{Le TQR appliqué à ce bolide dans Rgeo donne } m_b \frac{d\vec{v}}{dt} = -\alpha v \vec{v}$$

Aucune force perpendiculaire à  $\vec{v}$  n'est appliquée et le bolide a donc une trajectoire rectiligne

$$\text{Si } \vec{v} = v(t) \vec{u}, \text{ il vient } m_b \frac{dv}{dt} = -\alpha v^2$$

$$14) \text{ D'après la q13 } m_b \frac{dv}{dt} = m_b a(t) = -\frac{c}{2} \rho(z) \pi r_b^2 v^2$$

$$\Leftrightarrow \rho_b \frac{4}{3} \pi r_b^3 a(t) = -\frac{c}{2} \rho(z) \pi r_b^2 v^2(t)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\rho_b \frac{4}{3} a(t) = -\frac{c}{2} \rho(z) \frac{v^2(t)}{r_b}}$$

$$\boxed{a(t) = -\frac{3c}{8} \rho(z) \frac{v^2(t)}{\rho_b r_b}}$$

$$\frac{dv}{dz} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dt}{dz} = \boxed{\frac{a(t)}{v_z} = \frac{dv}{dz}}$$

$$\frac{dv}{dz} = \frac{a(t)}{-v \cos \theta} \quad (\Rightarrow) \quad a(t) = -v \cos \theta \frac{dv}{dz}$$

On en déduit  $\rho_b \frac{4}{3} \left[ -v \cos \theta \frac{dv}{dz} \right] = -\frac{C}{2} \rho(z) \cdot \frac{1}{r_b} v^2(t)$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dv}{v} = \frac{C \rho(z) (e_b \frac{4}{3} \cos \theta)^{-1}}{2 r_b} dz}$$

$$(\Rightarrow) \frac{dv}{v} = \frac{3C \rho_0 e^{-3/H_a}}{8 r_b e_b} \cos^{-1} \theta dz$$

$$\ln \frac{v(z)}{v_i} = -\frac{3C \rho_0 \cos^{-1} \theta}{8 r_b e_b} \int_z^\infty e^{-3/H_a} dz$$

$$\begin{aligned} \ln \frac{v(z)}{v_i} &= -\frac{3C \rho_0 \cos^{-1} \theta}{8 r_b e_b} (-H_a) (0 - e^{-3/H_a}) \\ &= -\frac{3C \cos^{-1} \theta}{8 r_b e_b} H_a \rho(z) \end{aligned}$$

$$\boxed{v(z) = v_i \exp \left[ -\frac{3C}{8 r_b} \frac{1}{e_b \cos \theta} H_a \rho(z) \right]} = v_i \exp(-X(z))$$

$\alpha \begin{cases} e_b & \text{fixe} \\ z & \text{fixe} \end{cases}$ 
 $\text{si } r_b \uparrow \quad v(z) \uparrow$   
 $r_b \downarrow \quad v(z) \downarrow$

Le freinage est donc plus efficace pour les petites météorites.

$$15) X(0) = \frac{6}{8 r_b} \cdot \frac{1}{e_b} H_a \rho_0 \approx \frac{6 \cdot 10^4 \cdot 1}{8 \cdot 80 \cdot 210^3} = \frac{10^4}{10^2 \cdot 210^3} = \frac{1}{2} 10^{-1}$$

$$v(0) = v_i [1 - 0,05] = \underline{0,95 v_i} \quad \left( e^x \approx 1 + x \text{ pour } x \ll 1 \right)$$

$$16) \Delta E_c = \frac{1}{2} m_b v_i^2 (1 - (0,95)^2) \approx 0,1 \left( \frac{1}{2} m_b v_i^2 \right)$$

$\frac{\Delta E_c}{\frac{1}{2} m_b v_i^2} = 10\%$  L'énergie cinétique ne varie quasiment pas.

17)

$$e_{c \text{ massique}} = \frac{1}{2} v_*^2 = \frac{1}{2} (2 \cdot 10^4)^2 = 2 \cdot 10^8 \text{ J/kg} = \underline{200 \text{ MJ/kg}}$$

$$\underline{e_{c \text{ massique}} \gg h_r}$$

$$18) E_{\text{coh}} = \gamma \cdot \frac{2}{3} \pi \left( \frac{D}{2} \right)^3 = \boxed{\gamma \cdot \frac{1}{12} \pi D^3}$$

unité de  $\gamma$  :  $\text{J} \cdot \text{m}^{-3}$  il s'agit d'une énergie volumique.

$$E_g = \rho_c \cdot \frac{2}{3} \pi \left( \frac{D}{2} \right)^3 \cdot g \cdot S$$

$$E_g = \rho_c \cdot \frac{\pi D^3}{12} \cdot g \cdot \frac{3D}{16} = \rho_c \pi g \cdot \frac{D^4}{4^3} = \boxed{\rho_c \pi g \cdot \frac{D^4}{64}}$$

19) L'énergie cinétique initiale sert d'une part à vaporiser la matière du cratère puis d'autre part à l'éjecter :

$$\frac{1}{2} m_b v_i^2 = \boxed{\frac{\gamma \pi D^3}{12} + \rho_c \pi g \frac{D^4}{64} = \frac{1}{2} \rho_b \cdot \frac{4}{3} \pi r_b^3 v_i^2}$$

$$20) D = 1300 \text{ m}$$

$$r_b = \left( \frac{\gamma \pi D^3 / 12 + \rho_c \pi g \frac{D^4}{64}}{\pi v_i^2 \rho_b \frac{2}{3}} \right)^{1/3} = \left( \frac{\gamma D^3 / 12 + \rho_c g \frac{D^4}{64}}{\frac{2}{3} \rho_b v_i^2} \right)^{1/3}$$

$$\text{AN} \quad r_b = \left[ \frac{3 \cdot 10^7 \cdot \frac{1}{10} \cdot (1,3 \cdot 10^3)^3 + 3 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot \frac{1}{64} \cdot (1,3 \cdot 10^3)^4}{\frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot (2 \cdot 10^4)^2} \right]^{1/3}$$

$$r_b = \left[ \frac{3 \cdot 10^{15} + 5 \cdot 10^{14}}{4 \cdot 10^{11}} \right]^{1/3} = (3 \cdot 10^4)^{1/3} \approx \underline{30 \text{ m}}$$

→ diamètre 60 m cohérent

21) Au vu des ordres de grandeur de la question précédente

$$\frac{1}{2} \epsilon b \cdot \frac{4}{3} \pi r_b^3 v_i^2 \approx \frac{4 \pi D^3}{12}$$

$$\Rightarrow D \approx \underbrace{\left( \frac{8 \epsilon b v_i^2}{4} \right)^{1/3}}_{\beta} \underbrace{\left( \frac{2 r_b}{2} \right)}_{\text{diamètre de la comète}}$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left( \frac{8 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^7} \right)^{1/3} = \frac{1}{2} \left( \frac{2 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^7} \right)^{1/3} = \frac{1}{2} 10^{5/3} \approx \underline{\underline{20}}$$

avec  $v_i = 10 \text{ km/s}$

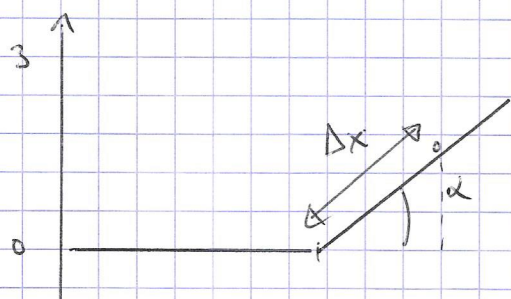
# CORRECTION : la physique du skeleton

1°) On se place dans le référentiel de la piste supposée galiléenne.

Système = { coureur + luge } =  $\Sigma$

Bdfext :  $\begin{cases} \text{poids conservatif} \\ \vec{R} \perp \text{ mouvement réaction du support ne travaillant pas} \end{cases}$

$\Rightarrow$  le système n'étant, soumis qu'à des forces conservatives ou ne travaillant pas, est conservatif.



$$E_m = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + m g z$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 + m g \Delta x \sin \alpha$$

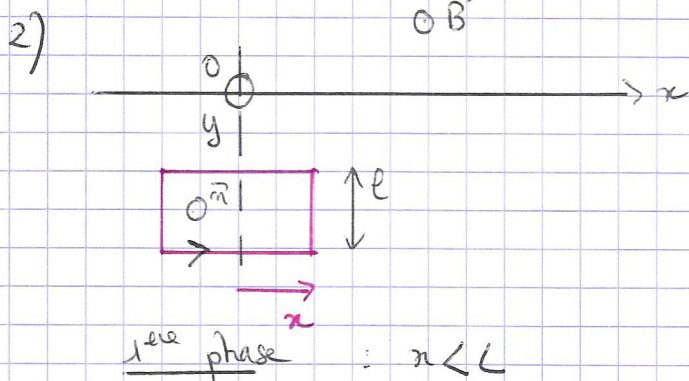
A l'arrêt  $v=0$  et

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = m g a \sin \alpha \quad (\Leftrightarrow)$$

$$a = \frac{v_0^2}{2 g \sin \alpha}$$

pente de 5% =  $\tan \alpha$

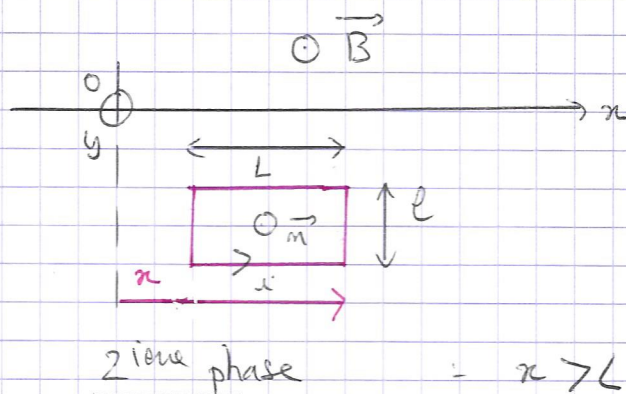
AN :  $a = 9 \cdot 10^2 \text{ m}$  (puisque on seul es pour  $\alpha$ )



$\phi = l x B$  augmente

apparition de courants induits :

$$i = \frac{e}{R} = - \frac{l B_0}{R} \dot{x} < 0$$

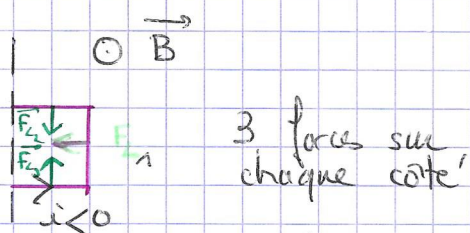


$\phi = L l B = \text{constante}$

pas d'induction

$$\underline{i = 0}$$

apparition d'une force de Laplace  
sur le cadre qui va freiner le  
cadre d'après la loi de Lenz



pas de  
force de  
Laplace

3 forces sur  
chaque côté



résultante :

$$\vec{F}_L = \vec{F}_{L1} + \vec{F}_{L2} + \vec{F}_{L3} = \vec{F}_{L1}$$

$$\vec{F}_L = + i l B_0 \vec{u}_x$$

TQR appliqué à  $\Sigma // (Ox)$

$$m \ddot{x} = i l B_0 = - \frac{e^2 B_0^2}{R} \dot{x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0$$

avec  $\tau = \frac{Rm}{e^2 B_0^2}$

Pas de force de Laplace

Le bilan des forces initiale ( $q_1$ )  
n'est pas modifié sur  $\Sigma$

TQR  $// (Ox)$  :

$$0 = m \ddot{x}$$

Le mouvement du cadre s'effectue à  
vitesse constante

$$v = \frac{dx}{dt} = \text{cte}$$

AN :  $\tau = 1.10^{-1} \text{ s}$

3/  $\boxed{\begin{aligned} v(t) &= v_0 e^{-t/\tau} \\ x(t) &= v_0 \tau (1 - e^{-t/\tau}) \end{aligned}}$  après intégration et en utilisant  $v(0) = v_0$   
après intégration et en utilisant  $x(0) = 0$

On en déduit  $x(t) = v_0 \tau - v(t) \tau$

ou encore

$$\boxed{v(t) = v_0 - \frac{x(t)}{\tau}}$$

4/ A la fin de la phase de décélération  $x = L$  et  $\boxed{v_f = v_0 - \frac{L}{\tau}}$

AN  $\underline{v_f = 30 \text{ m/s}}$  (2 c.s)

La vitesse n'a quasiment pas diminué.

Pour freiner complètement le cadre avec cette méthode, il faudrait que la phase de décélération soit très longue voire infinie :

$$\begin{cases} L \rightarrow \infty \\ v(t) \rightarrow 0 \end{cases}$$

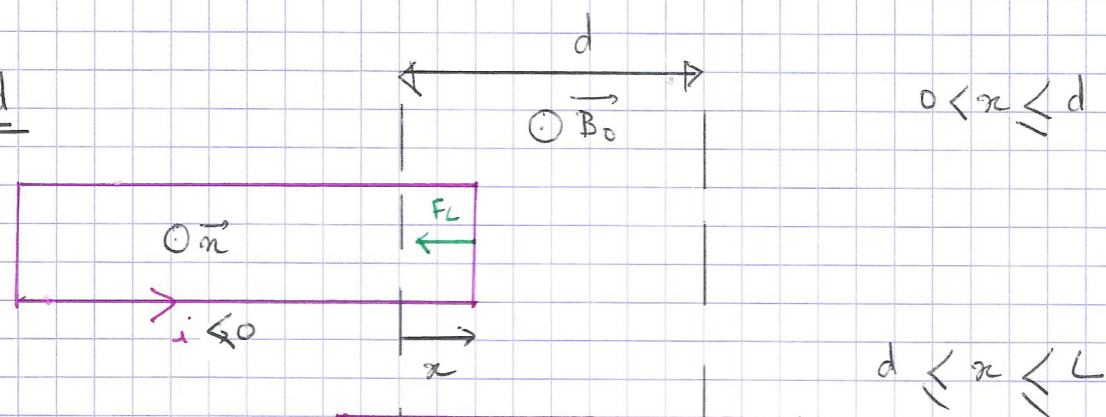
et dans ce cas  $L = v_0 \tau$

AN:  $\tau = 11 \text{ s}$   $L = 3,3 \cdot 10^2 \text{ m}$  ce qui n'est pas envisageable pour un squelette.

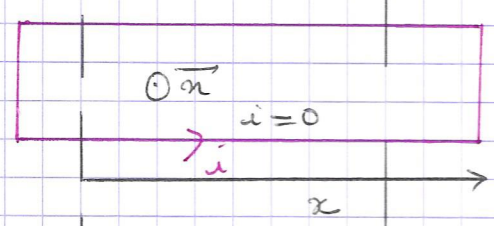
Pour ailleurs, le squelette mettrait un temps infini pour ralentir, ce qui n'est pas très pratique ...

5.)

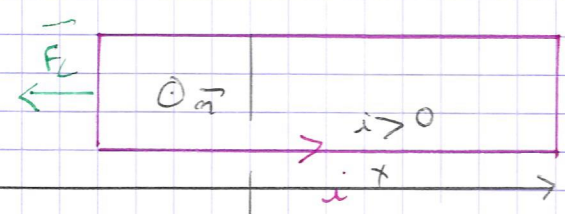
Cas  $L > d$



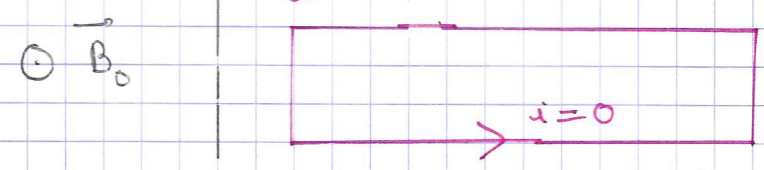
cas 2



cas 3



cas 4



cas 1: le flux du champ magnétique augmente, donc d'après la loi de Faraday  $i = -\frac{\mathcal{E} B_0 n}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} < 0$  et  $\vec{F}_L = -\frac{\ell^2 B_0^2 n}{R} \vec{u}_x$  et le cadre est freiné.

cas 2  $\phi = \text{cte}$  pas d'induction  $\vec{F}_L = \vec{0}$

le cadre a une vitesse constante

cas 3  $\phi$  diminue  $i = -\frac{1}{R} \frac{d\phi}{dt} > 0$  et la force de Laplace freine le cadre

$$\vec{F}_L = -\frac{\ell^2 B_0^2 i}{R} \vec{u}_x$$

car  $\frac{d\phi}{dt} = -B_0 \ell i$

cas 4  $\phi = \text{cte}$  et  $v = \text{cte}$

et  $\vec{F}_L = -i B_0 \ell \vec{u}_x$

On constate donc bien qu'il existe 2 phases de freinage séparées par une phase où la vitesse est constante.

Pendant chaque phase de freinage l'équation différentielle régissant l'évolution de la vitesse  $v(t)$  est la même:  $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0$

A la fin de la première phase de freinage  $v = v_0 - \frac{d}{\tau}$

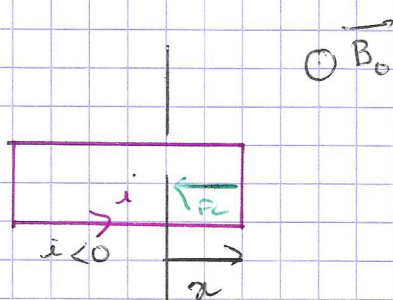
A l'issue de la deuxième phase de freinage  $v_F' = \left(v_0 - \frac{d}{\tau}\right) - \frac{d}{\tau}$

On en déduit: 
$$v_F' = v_0 - \frac{2d}{\tau}$$

c)

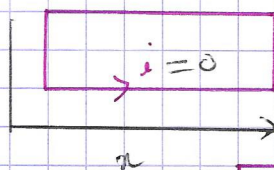
CAS  $L \leq d$

cas 1



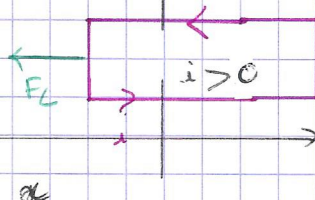
$0 < x < L$

cas 2



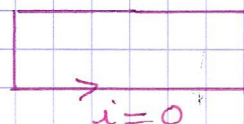
$L < x < d$

cas 3



$d < x < d + L$

cas 4



Dans le cas  $L \leq d$ , on retrouve :

→ cas 1 une phase de freinage avec  $\phi \nearrow i < 0$

$$\vec{F}_L = - \frac{e^2 B_0^2 i \vec{u}_n}{R}$$

→ cas 2 une phase où  $v = \text{cte}$

→ cas 3 une phase de freinage avec  $\phi \searrow i > 0$

$$\vec{F}_L = - \frac{e^2 B_0^2 i \vec{u}_n}{R}$$

A l'issue de la phase 1  $v = v_0 - \frac{L}{\tau}$

" " 3  $v = \left( v_0 - \frac{L}{\tau} \right) - \frac{L}{v} = v_0 - \frac{2L}{\tau}$

Pour  $m > d + L$  (cas 4), le flux du magnétique est constant et le cadre se déplace à vitesse constante et il n'y a pas de freinage.

On en déduit

$$v_F'' = v_0 - \frac{2L}{\tau}$$

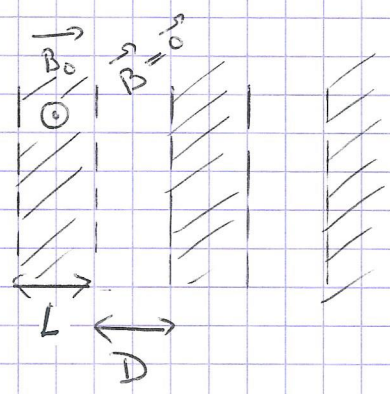
7) Si  $L > d$  ou  $L < d$  il existe une phase intermédiaire pendant laquelle le cadre se déplace à vitesse constante et où il n'y a pas de freinage. Cette phase constitue une perte de temps.

Par ailleurs  $\begin{cases} L > d & v_F' = v_0 - \frac{2d}{\tau} \\ L < d & v_F'' = v_0 - \frac{2L}{\tau} \end{cases}$  et on veut avoir une vitesse

finale la plus petite possible.

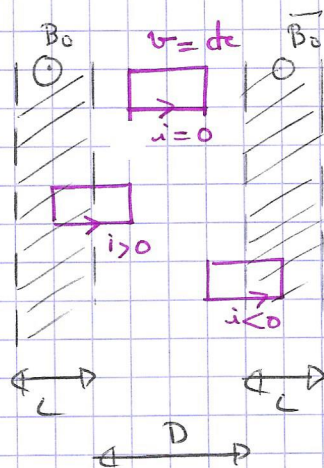
D'où le choix optimal  $\boxed{d = L}$ .

8)

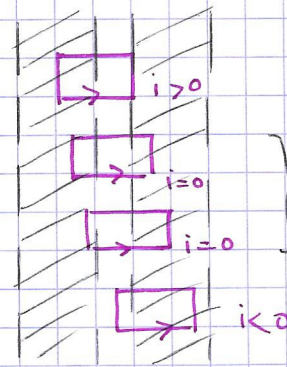


Afin de ne pas perdre de temps pour le freinage et avoir une zone de freinage la plus localisée possible, on a intérêt à choisir  $D = L$  pour les mêmes raisons que la question 4).

En effet si  $D < L$  ou  $D > L$ , il y aura des phases où le cadre ne sera pas freiné.



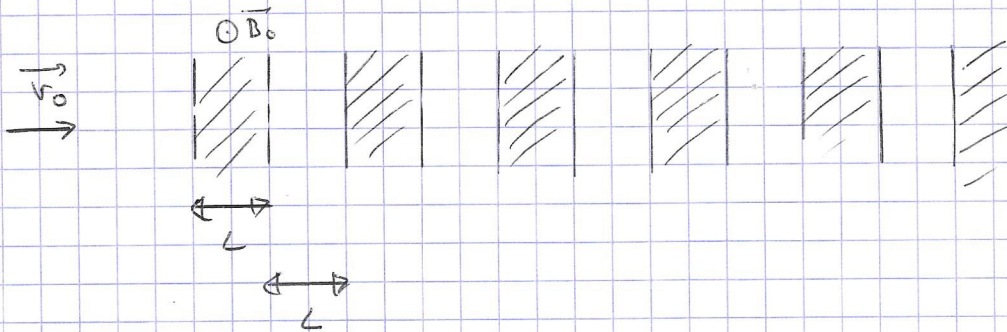
cas  $D > L$



cas  $D < L$

la présence de la 2<sup>ème</sup> zone empêche le freinage due à la 1<sup>ère</sup> zone.

En conclusion on choisit  $D = L$



g) Lorsque  $x = 2L$ , la première phase de freinage est terminée et  $v(x=2L) = v_0 - \frac{2L}{\tau}$

A l'issue de  $N$  zones de freinages  $v_F(2LN = x) = v_0 - \frac{2LN}{\tau}$

Pour stopper le squelette on doit donc choisir

$$N = \frac{v_0 \tau}{2L}$$

La distance d'arrêt est donc  $2LN = L'$

AN:  $\begin{cases} N = 333 \\ L' = 3,3 \cdot 10^2 \text{ m} \end{cases}$  soit une distance d'arrêt 3 fois + petite environ que celle de la question 1.

10)

Dans la 1<sup>re</sup> zone de freinage  $v(t) = v_0 e^{-t/\tau}$

Lorsque  $v = v_0 - \frac{2L}{\tau}$ , la phase de freinage est terminée.

On en déduit la durée de la 1<sup>re</sup> phase de freinage :

$$\tau_1 = \tau \ln \frac{v_0}{v_0 - \frac{2L}{\tau}}$$

La durée totale du freinage va donc être égale à :

$$T = \tau \ln \left( \frac{v_0}{v_0 - \frac{2L}{\tau}} \cdot \frac{v_0 - \frac{2L}{\tau}}{v_0 - \frac{4L}{\tau}} \cdot \frac{v_0 - \frac{2(N-1)L}{\tau}}{v_0 - \frac{2NL}{\tau}} \right)$$

$$T = \tau \ln \frac{v_0}{v_0 - \frac{2NL}{\tau}}$$

Si  $v_0 \tau = 2NL$ ,  $T \rightarrow \infty$ , la durée de freinage est infinie !!

On ne peut donc pas utiliser cette seule méthode pour freiner le squelette.

11) Les transferts thermiques étant lents, on fait l'hypothèse d'adiabaticité.

Les courants induits dans le cadre sont à l'origine de l'effet Joule, lui-même à l'origine d'un échauffement du cadre.

12) On considère comme système {cadre + squelette + homme} et on applique un premier principe à ce système entre le début et la fin de la phase de freinage. On suppose que le squelette et l'homme ne subissent pas d'élévation de température donc ont une énergie interne constante.

$$\Delta U + \Delta E_{m, \text{macro}} = W_{\text{ext non conservative}} + Q$$

$$Q = Q_{\text{ext}} + Q_{\text{Joule}}$$

0" car on néglige les transferts thermiques avec l'extérieur

8

Comme déjà évoqué dans la correction, le bilan des forces EXTERIEURES est le suivant

- poids qui ne travaille pas car le mouvement est horizontal
- réaction neige  $\rightarrow$  patin. qui ne travaille pas car il n'y a pas de frottements.
- force de Laplace

Seule la force de Laplace travaille.

Le premier principe s'écrit donc :

$$m'c \Delta T - \frac{1}{2}(m+m')v_0^2 + 0 = W_{\text{Laplace}} + Q_{\text{Joule}}$$

Comme le champ magnétique appliqué est stationnaire, on sait que le couplage électromécanique est parfait.

Ainsi  $W_{\text{Laplace}} = -Q_{\text{Joule}} = -$  Energie fournie par la fem induite électrique car on néglige l'auto-inductance du cadre.

On en déduit  $m'c \Delta T = \frac{1}{2}(m+m')v_0^2$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Delta T = \frac{(m+m')v_0^2}{2m'c}}$$

avec  $\boxed{m' = 2\mu(L+l)S}$

AN  $\left\{ \begin{array}{l} \Delta T = 81^\circ\text{C} \\ m' = 1,4 \text{ kg} \end{array} \right.$

13) On applique le premier principe au cadre qui est immobile pendant la phase de refroidissement sur un intervalle de temps  $dt$ .

$$m'c dT_c = -h(T_c - T_0)4\pi r(l+L) dt$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{dT_c}{dt} + \frac{T_c - T_0}{\tau'} = 0}$$

avec  $\boxed{\tau' = \frac{mc}{2h 2\pi r (\ell + L)}}$

avec  $\underline{\pi r^2 = S}$

$$\tau' = \frac{\rho s c}{2\pi h r} = \frac{\rho s c \sqrt{\pi}}{2\pi h \sqrt{S}} = \boxed{\frac{\rho s c}{2h \sqrt{\pi S}}} = \frac{\rho c \sqrt{S}}{2h \sqrt{\pi}}$$

AN:  $\underline{\tau' = 16 \text{ min}}$

Resolution de l'équation différentielle :

$$\boxed{T_c(t) = T_0 + (T_A - T_0) e^{-t/\tau'}}$$

$$1) \quad a = \frac{30^2}{2g \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = \frac{9 \cdot 10^2}{2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = \frac{9 \cdot 10^2}{10^2 \cdot 10^{-2}} = 9 \cdot 10^2 \text{ m}$$

$$3) \quad v_f = v_0 - \frac{L}{\tau}$$

$$v_f = 30 - \frac{50 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^2} = 30 - 5 \cdot 10^{-3} \approx 3 \cdot 10^1 \text{ m/s}$$

$$\tau = \frac{mR}{e^2 B_0^2} = \frac{100 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2}}{(30 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{1}{9 \cdot 10^{-2}} = 1 \cdot 10^1 \text{ s}$$

$$L = v_0 \tau = 30 \cdot 10 = 3 \cdot 10^2 \text{ m}$$

$$9) \quad N = \frac{v_0 \tau}{2L} \quad N = \frac{3 \cdot 10^2}{2 \cdot 50 \cdot 10^{-2}} = \frac{3 \cdot 10^2}{1} = 3 \cdot 10^2$$

$$L' = 2LN = 2 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 50 \cdot 10^{-2} = 3 \cdot 10^2 \text{ m}$$

$$12) \quad m' = 2 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot (80 \cdot 10^{-2}) \cdot 1,0 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 8,9 \cdot 8 \cdot (10^3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4})$$

$$= 1,6 \cdot 10^2 \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^0 \text{ kg}$$

$$\Delta T = \frac{(100 + 2) (30)^2}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10^2} = \frac{10^2 \cdot 9 \cdot 10^2}{4 \cdot 4 \cdot 10^2} = \frac{9}{16} \cdot 10^2 = \frac{10^2}{2} = 50^\circ \text{C}$$

$$= 5 \cdot 10^1 \text{ } ^\circ \text{C}$$

$$\tau' = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^2}{2 \cdot 10 \cdot \sqrt{\pi} \cdot 10^{-4}} = \frac{9 \cdot 4}{2 \sqrt{\pi}} \cdot \frac{10}{10^{-1}} = \frac{9 \cdot 4}{2 \sqrt{\pi}} \cdot 10^2 = \frac{9 \cdot 2}{\sqrt{\pi}} \cdot 10^2$$

$$= 900 \text{ s}$$

$$= 15 \text{ min}$$

$$\frac{900}{60} = \frac{9}{6} \cdot 10 = \frac{3}{2} \cdot 10 = 15$$