



Lycée Privé Sainte-Geneviève

Épreuve de classement de fin d'année 2021



Première composition de physique – Lundi 14 juin 2021 – 4 heures
Sujet PCSI



**L'utilisation d'une calculatrice ou d'un ordinateur est interdite.
Aucun document n'est autorisé.**

La restitution d'un son

Consignes aux candidats

- Avant de commencer à composer, le candidat doit s'assurer de disposer du sujet correspondant à sa filière. Il doit vérifier également que son sujet est complet. Ce sujet comporte 14 pages, y compris celle-ci. La dernière feuille doit être détachée du sujet et rendue avec la copie ; elle comporte un recto et un verso.
- Si, au cours de sa composition, un candidat repère ce qui lui semble une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en précisant les éventuelles initiatives qu'il est amené à prendre.
- Le candidat prendra soin de numéroter ses copies, de reporter précisément le numéro des questions qu'il aborde, et d'indiquer sur chaque copie son numéro d'anonymat. Le nom du candidat ne doit pas apparaître sur la copie, ni sa classe.
- L'utilisation des calculatrices étant interdite, le correcteur valorisera significativement l'effort des candidats qui auront effectué les applications numériques demandées (avec une tolérance de 10% sur la valeur du résultat final).
- Certaines questions ne sont pas guidées. Ces questions demandent de la part du candidat de l'initiative dans la pratique du raisonnement scientifique. Le temps nécessaire au questionnement et à la recherche des réponses est pris en compte dans le barème qui leur est dévolu. Ces questions sont repérées par une double barre en marge (comme ci-contre).

Ce sujet comporte deux parties entièrement indépendantes.

Au sein de chaque partie, beaucoup de sous-parties sont indépendantes.

Première partie :

modélisation d'un haut-parleur

1.1. Étude mécanique d'un haut-parleur

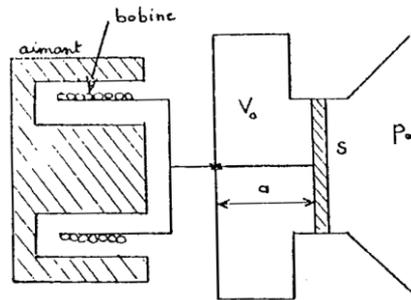


Figure 1 : Haut-parleur étudié

On considère un haut-parleur, représenté sur la figure 1. Ce dernier est constitué d'un cylindre dans lequel coulisse un piston ; ce cylindre est en communication avec un récipient étanche contenant de l'air, considéré comme un gaz parfait de coefficient adiabatique γ . Le piston est relié par une tige rigide à une bobine située dans la cavité annulaire d'un aimant permanent. Dans la partie 1.1. la bobine n'est pas alimentée électriquement.

La face externe du piston est toujours en contact avec l'atmosphère à la pression p_0 . On admet que les ajustements sont parfaits, de telle sorte que la masse de l'air enfermé dans le récipient par le piston est constante.

En absence de toute action extérieure, la face interne du piston de surface S est à la distance a du fond du récipient. Le volume d'air enfermé dans le récipient est alors V_0 . On désigne par m la masse de l'équipage mobile : piston, tige et bobine.

1. Rappeler les hypothèses principales associées au modèle du gaz parfait.

La loi des gaz parfaits a été initialement formulée (indépendamment) par Robert Boyle et l'abbé Mariotte sous la forme suivante : *pour un système gazeux fermé, le produit de la pression et du volume occupé par le gaz est constant*. Amontons a ajouté quelques années plus tard que cette loi était vraie *pour une transformation isotherme seulement*.

2.a. Donner le demi-siècle correspondant à la découverte de cette loi par ces trois physiciens.

2.b. Donner un intervalle de pressions auxquelles il est raisonnable d'utiliser, sans trop d'erreur, le modèle du gaz parfait à température ambiante.

Ici, à cause des échelles de temps des transferts thermiques, on ne peut modéliser l'évolution du gaz par une transformation isotherme. On choisit pour décrire les compressions et dilatations le modèle des transformations adiabatiques réversibles.

3. On note à tout instant V le volume occupé par le gaz parfait enfermé dans le cylindre et p sa pression. Expliquer pourquoi on peut appliquer les lois de Laplace à ce système. Rappeler l'expression de la loi de Laplace reliant p, V, p_0, V_0 et γ .

On désigne par $a + x(t)$ la distance du piston au fond du récipient et on admet que l'amplitude des oscillations est petite ($|x(t)| \ll a$).

4. Montrer que le déplacement du piston satisfait, en absence de pertes, une équation différentielle dont la solution est un oscillateur harmonique. Exprimer la pulsation propre ω_0 du système en fonction de p_0, V_0, S, m et γ . Application numérique : $p_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Pa, $S = 500$ cm², $m = 100$ g, $\gamma = 1,4$, $V_0 = 5,0$ L. On donne $\sqrt{70} \approx 8,37$.

À cause des vibrations de la membrane, l'équipage mobile est soumis à une force de frottements fluides proportionnelle à la vitesse du piston $\vec{f} = -2m\lambda\omega_0\vec{v}$, où $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{u}_x$. On applique à la partie mobile une force sinusoïdale $\vec{f}_{exc} = F_0 \cos(\omega t)\vec{u}_x$. Au bout d'un temps suffisamment long, il s'établit un régime permanent sinusoïdal tel que $x(t) = X_0 \cos(\omega t + \phi)$.

On donne ci-dessous les représentations de $G = 20 \log\left(\frac{X_0 m \omega_0^2}{F_0}\right)$ en fonction de ω et de ϕ en fonction de ω (simulation réalisée sous Python).

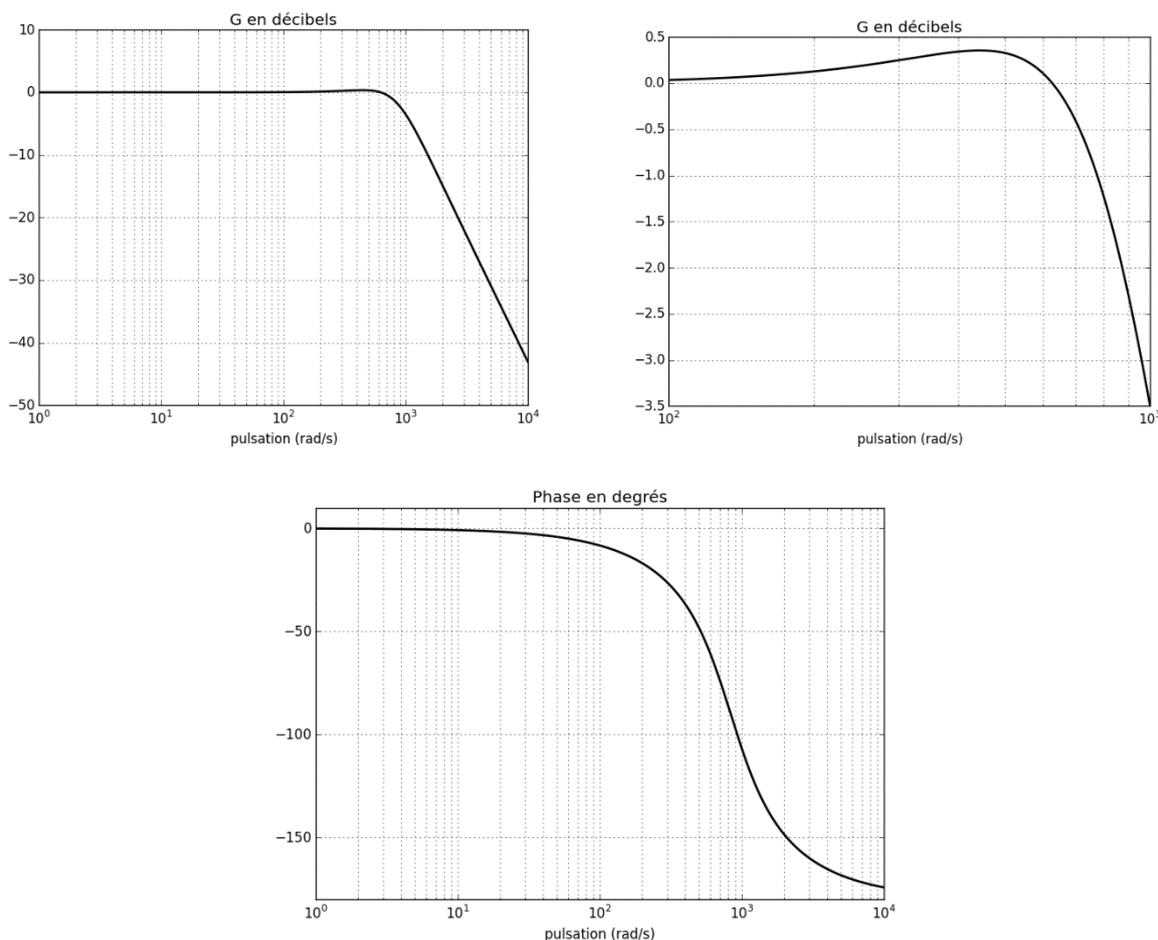


Figure 2 : Représentation de $G = 20 \log\left(\frac{X_0 m \omega_0^2}{F_0}\right)$ (en décibels) et de ϕ (en degrés)

x	-0,1	-0,09	-0,08	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01
10^x	0,794	0,813	0,832	0,851	0,871	0,891	0,912	0,933	0,955	0,977

x	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
10^x	1,000	1,023	1,047	1,072	1,096	1,122	1,148	1,175	1,202	1,230	1,259

Tableau de valeurs de la fonction $x \mapsto 10^x$

5.a. En déduire les valeurs de λ et ω_0 . On explicitera succinctement un ordre de grandeur l'incertitude associée à la détermination de ces valeurs. Pour cette question, on pourra procéder à des tracés sur l'annexe (page 13) et rendre cette annexe avec la copie. Ce haut-parleur pourra-t-il restituer convenablement des sons dans tout le spectre audible ?

5.b. Lors de la modélisation précédente sous *Python*, on a stocké dans deux tableaux de N valeurs, respectivement appelés *omega* et *phase*, les N points ayant permis le tracé de la courbe de phase entre 1 rad.s^{-1} et 10^4 rad.s^{-1} . Écrire en langage *Python* la fonction `recherche_zero(omega, phase)` permettant, par dichotomie, de renvoyer une valeur approchée de la pulsation pour laquelle $\phi = -90^\circ$.

1.2. Modélisation électrique du haut-parleur étudié

Dans la situation décrite par la figure 1, les phénomènes d'induction ne sont pas régis par la loi de Faraday. On admet toutefois qu'en convention générateur, la tension électromotrice induite (ou force électromotrice induite) par le champ extérieur dans la bobine par le déplacement de cette dernière s'écrit : $e(t) = -\alpha Bv$, où $v = \frac{dx}{dt}$, B est la norme du champ magnétique dans la cavité annulaire et α est une longueur.

On note R et L , respectivement, la résistance et l'inductance propre de la bobine, qui est alimentée par une tension $u(t)$. On note $\vec{F}(t) = F(t)\vec{u}_x$ la force de Laplace qui s'exerce sur l'équipage mobile.

6. Représenter soigneusement le schéma électrique équivalent à la bobine alimentée, faisant intervenir u , R , L et e .

7.a. Donner, sans démonstration, la relation qui relie $e(t)$, $i(t)$, $F(t)$ et $v(t)$.

7.b. En déduire, à l'aide de la partie précédente, que le schéma de la question 6 est équivalent à :

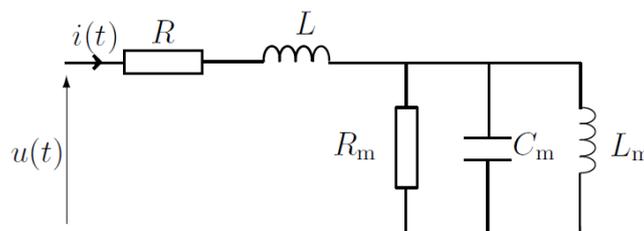


Figure 3 : Modèle électrique équivalent du haut-parleur

On donnera les expressions de R_m , L_m et C_m en fonction de m , α , B , λ et ω_0 .

On note $\underline{Z} = \frac{u}{i}$ l'impédance du haut-parleur, et on note $\underline{Z} = R_T + jX_T$ avec R_T et X_T deux grandeurs réelles. On a représenté ci-après R_T et X_T en fonction de ω .

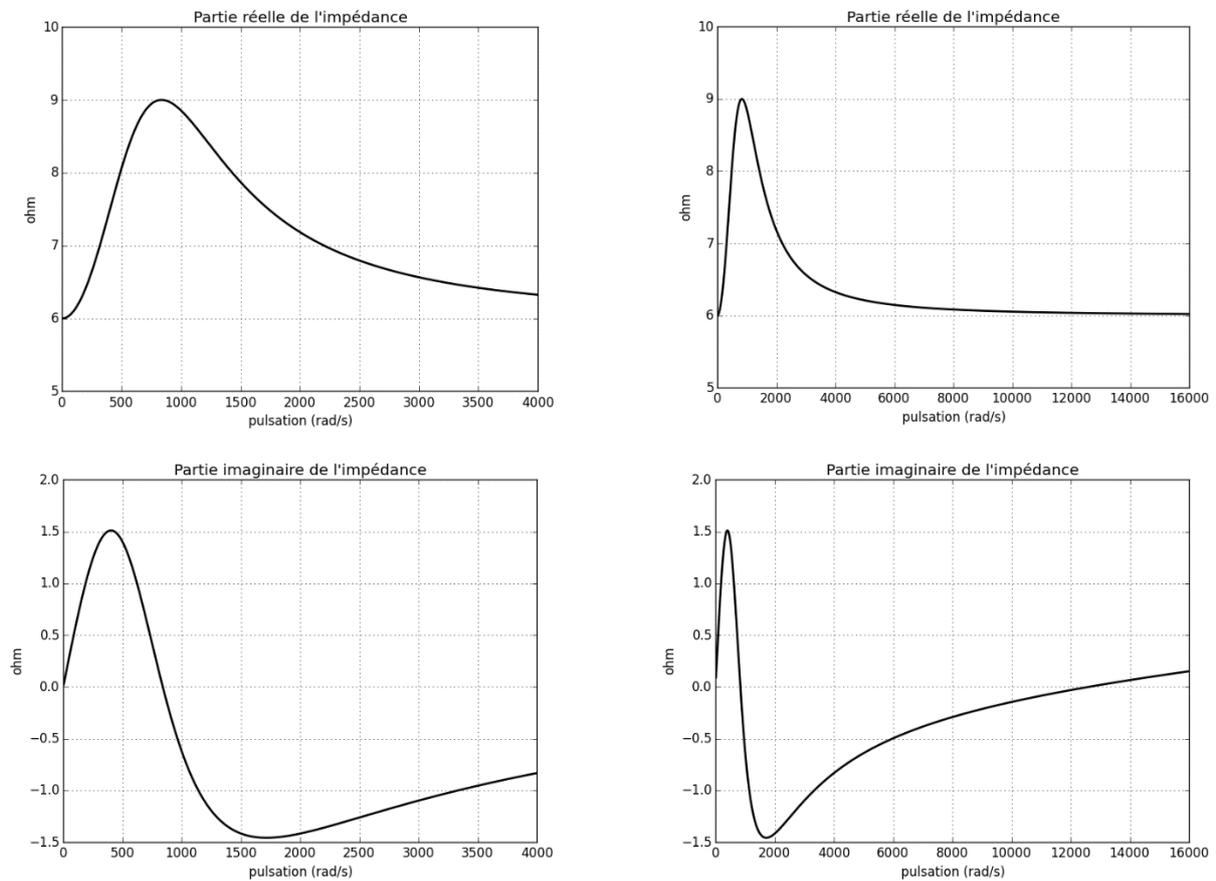


Figure 4 : Représentation de R_T et X_T en fonction de ω

8. Montrer, par l'étude de cas limites judicieusement choisis et d'une valeur particulière de R_T et de X_T , que les courbes obtenues sont cohérentes avec la modélisation faite.

1.3. Ondes sonores et interférences

On s'intéresse maintenant aux interférences des ondes sonores produites par deux haut-parleurs identiques, placés face à face (figure 5), et alimentés par la même tension sinusoïdale de fréquence f . Le phénomène de réflexion des ondes sonores sera négligé.

On note p_0 la pression atmosphérique. Lorsqu'un haut-parleur émet une onde sonore dans l'air, la pression locale en un point M est perturbée par l'onde sonore ; on la note $p(M, t) = p_0 + \pi(M, t)$, où $\pi(M, t)$ porte le nom de *surpression* (ou *pression acoustique*).

Un microphone M de faibles dimensions, relié à un oscilloscope permet de visualiser la surpression au niveau des points situés entre les deux sources sonores.

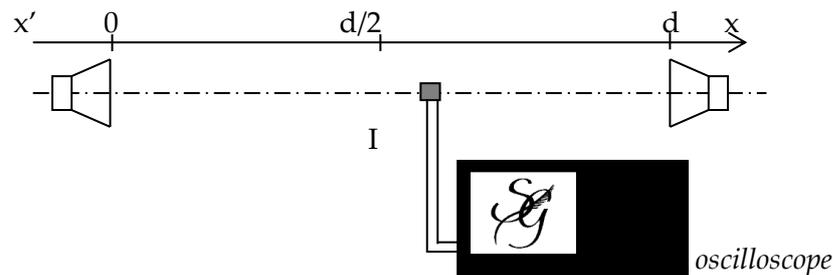


Figure 5 : Expérience d'interférences acoustiques

Les membranes A_1 et A_2 des haut-parleurs ont, au repos, les abscisses respectives : $x = 0$ et $x = d$. On suppose que la distance d est très supérieure à la longueur d'onde λ des ondes sonores émises.

Les surpressions générées par les membranes A_1 et A_2 sont notées respectivement $\pi_1(x, t)$ et $\pi_2(x, t)$. On suppose leur amplitude constante lors de la propagation le long de l'axe ($x'x$).

9. Justifier que l'on observe, dans cette configuration, des interférences entre les deux ondes acoustiques. Qu'observe-t-on à l'oscilloscope lorsque l'on déplace le microphone le long de l'axe ($x'x$) ?

On alimente les haut-parleurs de telle sorte que $\pi_1(0, t) = \pi_2(d, t) = \pi_0 \cos(2\pi ft)$, où π_0 est l'amplitude de la vibration.

10.a. Donner les expressions de $\pi_1(x, t)$ et de $\pi_2(x, t)$.

10.b. Sans calcul, donner et justifier l'expression de la surpression $\pi\left(\frac{d}{2}, t\right)$ au point I , milieu de $[A_1A_2]$.

11.a. Déterminer la pression $\pi(x, t)$ à l'instant t en un point du segment $[A_1A_2]$ d'abscisse x .

11.b. Représenter $\pi(x, t)$ pour trois valeurs de t différentes pour x variant de 0 à d .

11.c. On désigne par e la distance séparant deux points consécutifs ayant une surpression nulle à tout instant. Sachant que $f = 2500 \pm 1$ Hz et $e = 6,9 \pm 0,1$ cm, déterminer la valeur de la célérité du son dans les conditions de l'expérience. Commenter l'ordre de grandeur obtenu et son incertitude.

Fin de la première partie

Deuxième partie :

alimentation électrique du haut-parleur

2.1. Adaptation d'un générateur et d'une charge

On considère un générateur électrique modélisé par la représentation de Thévenin, c'est-à-dire par une source idéale de tension E en série avec une résistance r . Ce générateur alimente une charge représentée par une résistance R . Dans la question 12, E est une tension constante.

12.a. r étant fixée, quelle doit être la valeur de R pour que la puissance électrique transmise à la charge soit maximale ? La démonstration est attendue.

12.b. Lorsque la condition précédente est réalisée, on dit que les impédances de la source et de la charge sont *adaptées*. On considère maintenant que $r = 8,0 \Omega$. On prend $E = 20 \text{ V}$. Calculer la puissance reçue par la charge lorsque $R = 2,0 \Omega$, $R = 8,0 \Omega$, $R = 50 \Omega$. Conclure sur l'importance de l'adaptation d'impédance.

13. Pour adapter un générateur à une charge, une possibilité courante est d'avoir recours à un transformateur parfait. On considère un haut-parleur d'impédance $8,0 \Omega$ (modélisé, dans cette question, par une résistance $R = 8,0 \Omega$). Celui-ci est alimenté par un générateur de résistance interne égale à 50Ω . On se place en régime sinusoïdal forcé. On intercale entre le générateur et le haut-parleur un transformateur parfait de rapport de transformation m . Calculer m pour obtenir un transfert de puissance maximal entre le générateur et le haut-parleur. On détaillera soigneusement la démarche suivie, l'expression littérale et l'application numérique obtenues.

En pratique, pour alimenter le haut-parleur à partir du signal analogique correspondant au son à reconstituer, on a recours à un amplificateur de tension. On propose dans la partie qui suit de s'intéresser au fonctionnement d'un tel amplificateur.

2.2. Étude d'un amplificateur à transistor

Aucune connaissance sur le transistor n'est nécessaire pour résoudre cette partie.

2.2.1. Étude du point de fonctionnement d'un transistor dans un circuit

On considère l'étude d'un composant électronique à trois entrées (il s'agit en fait du transistor bipolaire), notées E (émetteur), B (base) et C (collecteur). Les conventions sont précisées sur la figure 6. Les caractéristiques utiles pour l'étude de ce composant sont données sur les figures 7 et 8 ci-après. On introduit ce composant dans le circuit de la figure 9.

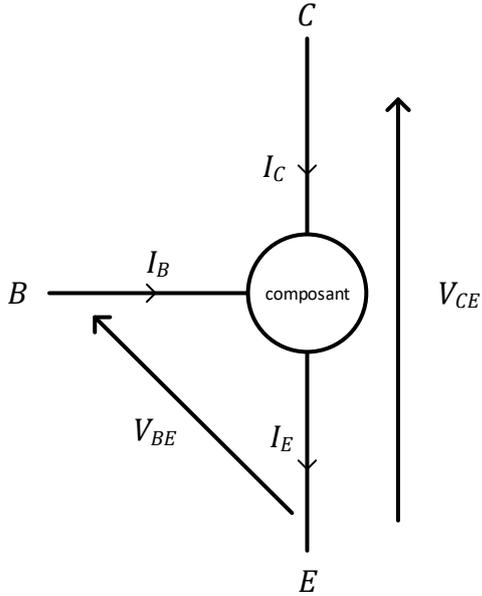


Figure 6 : Conventions adoptées

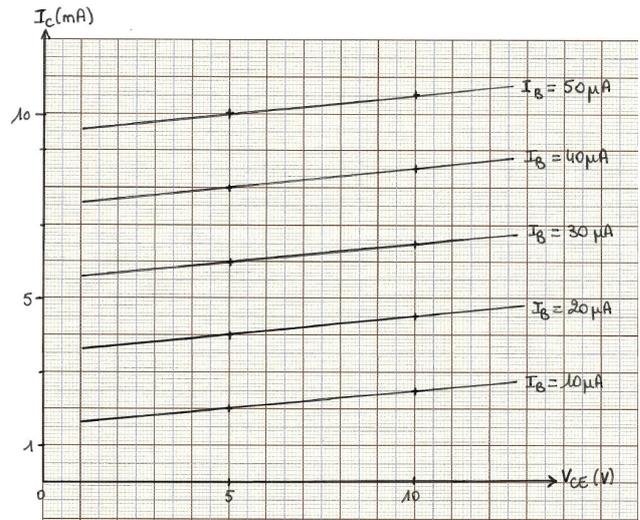


Figure 7 : Caractéristique $I_C = f(V_{CE})$

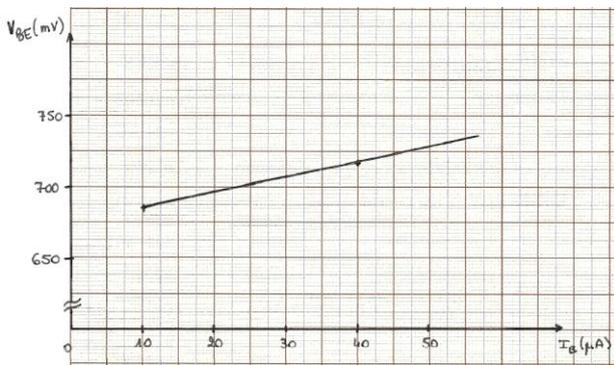


Figure 8 : Caractéristique $V_{BE} = f(I_B)$

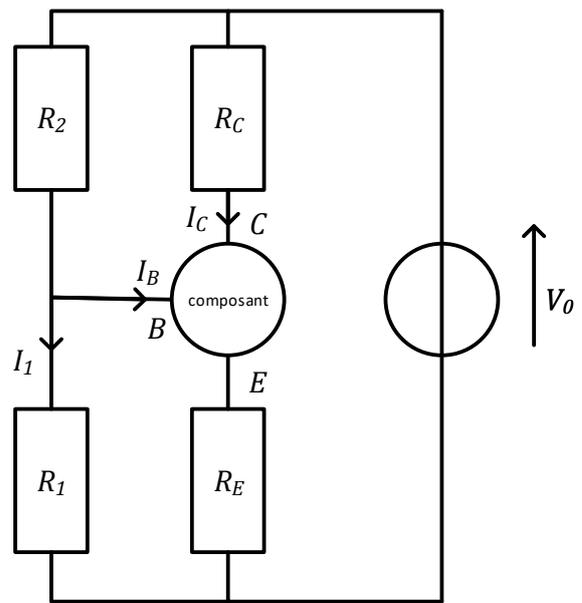


Figure 9 : Circuit étudié

On impose $R_C = 500 \Omega$, $R_E = 500 \Omega$, $V_0 = 10 \text{ V}$.

14.a. Écrire la loi des nœuds entre I_B , I_C et I_E .

14.b. Montrer à l'aide de la figure 7 que l'intensité I_E qui passe dans R_E est sensiblement égale à I_C .

14.c. En déduire la relation qui existe entre I_C et V_{CE} en fonction de V_0 , R_C et R_E .

14.d. Reporter la courbe obtenue, liant V_{CE} et I_C , sur le réseau de caractéristiques en annexe. Placer les points d'intersection avec les axes.

15. On veut que $V_{CE} = 5,0 \text{ V}$. En déduire la valeur numérique de I_C .

16. En déduire les valeurs numériques de I_B et V_{BE} . Quel est le potentiel V_B de B ?

17. On veut que l'intensité I_1 du courant dans la résistance R_1 soit telle que $I_1 = 10 I_B$. Calculer R_1 et R_2 .

2.2.2. Amplification d'un signal autour du point de fonctionnement précédent

On désire maintenant étudier comment se comporte ce composant vis-à-vis de très petites variations autour du point de fonctionnement continu (statique) défini numériquement aux questions 15 à 17. Pour cela on écrira les différentes grandeurs électriques sous la forme : $V(t) = V^* + \tilde{v}(t)$, où V^* est une valeur indépendante du temps (composante continue) et $\tilde{v}(t)$ une grandeur dépendant du temps (grandeur dynamique). On supposera toujours $|V^*| \gg |\tilde{v}(t)|$.

Ainsi, les grandeurs calculées dans les questions 15 à 17 sont très peu modifiées par les grandeurs dynamiques.

On posera donc :

$$V_{CE}(t) = V_{CE}^* + \tilde{v}_{CE}(t)$$

$$V_{BE}(t) = V_{BE}^* + \tilde{v}_{BE}(t)$$

$$I_C(t) = I_C^* + \tilde{i}_C(t)$$

$$I_B(t) = I_B^* + \tilde{i}_B(t)$$

18. En utilisant les caractéristiques des figures 7 et 8, montrer que l'on peut écrire :

$$\begin{cases} \tilde{v}_{BE} = r \tilde{i}_B \\ \tilde{i}_C = \beta \tilde{i}_B + \frac{\tilde{v}_{CE}}{\rho} \end{cases}$$

Déterminer numériquement β , r et ρ .

19. Montrer que l'on peut alors remplacer ce composant électronique par un circuit équivalent en régime dynamique identique à celui de la figure 10.

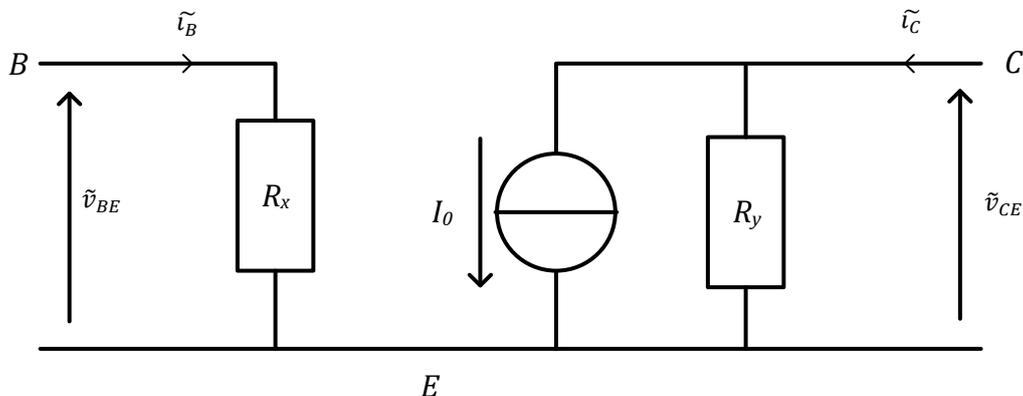


Figure 10 : Schéma équivalent "petits signaux" du transistor.

Le composant I_0 est une source idéale d'intensité. L'intensité dans la branche est I_0 quelle que soit la tension à ses bornes.

2.2.3. Mise en place d'un amplificateur

À l'aide de ce transistor, on désire réaliser un amplificateur dont le schéma est donné ci-après.

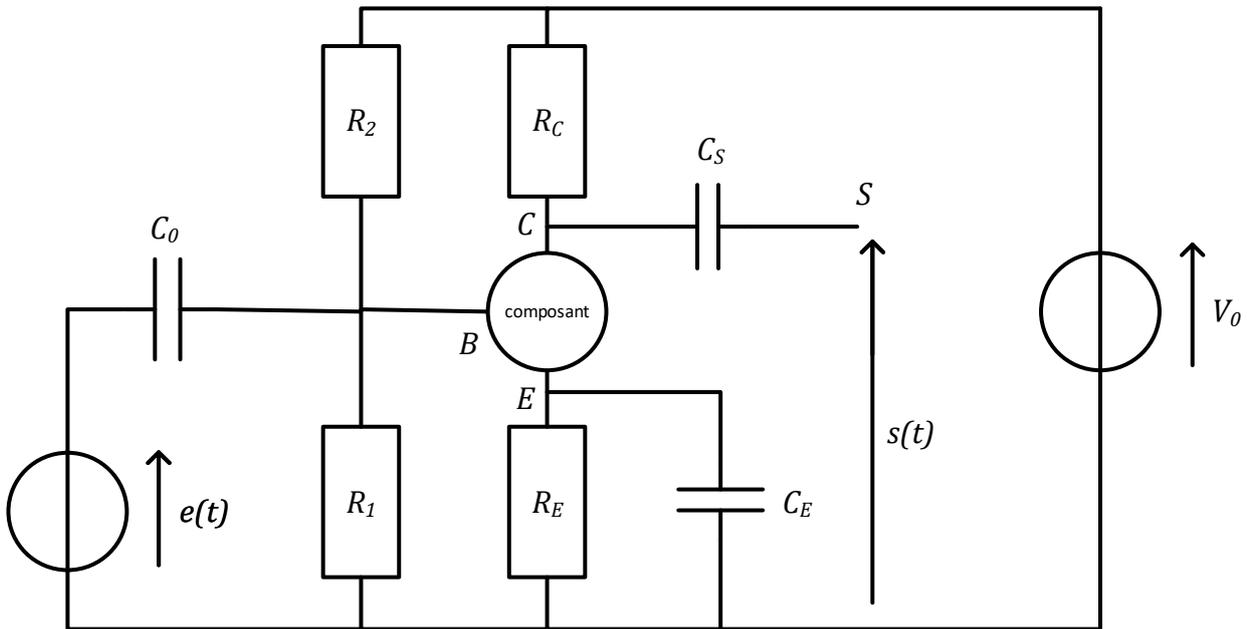


Figure 11 : Montage amplificateur

La pulsation du générateur $e(t)$ est telle que l'on pourra négliger devant toutes les résistances les grandeurs suivantes : $\frac{1}{C_E \omega}$; $\frac{1}{C_0 \omega}$; $\frac{1}{C_S \omega}$. On donne $V_0 = 10 \text{ V}$. $R_C = R_E = 500 \Omega$ et on prendra les valeurs de R_1 et R_2 calculées à la question 17.

On ne considère dans toute cette partie que les valeurs alternatives (dynamiques) des diverses grandeurs électriques. S est la sortie de l'amplificateur.

20.a. Montrer que l'ensemble R_E, C_E se comporte comme un court-circuit pour les grandeurs alternatives.

20.b. Expliquer les rôles de C_0 et C_S .

21. Dessiner le schéma électrique équivalent à cet amplificateur en utilisant les figures 10 et 11.

22. Calculer alors le gain de l'amplificateur (à vide, c'est-à-dire avec $i_s = 0$) en régime harmonique. Faire un commentaire.

23. Calculer l'impédance d'entrée de cet amplificateur en régime dynamique. Faire un commentaire.

2.3. Stabilisation en température de l'amplificateur

En régime permanent de fonctionnement, les pertes par effet Joule engendrent dans le boîtier de l'amplificateur un échauffement correspondant à une puissance thermique que l'on note \mathcal{P} (on prend par convention $\mathcal{P} > 0$). On veut limiter l'échauffement du boîtier au moyen d'ailettes de refroidissement en aluminium.

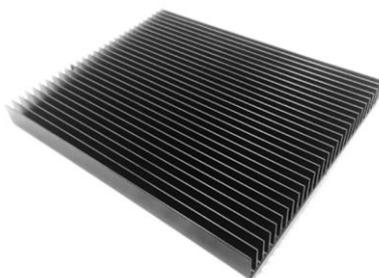


Figure 12 : Dissipateur thermique en aluminium

On note C la capacité thermique à pression constante du boîtier (et de tout ce qu'il contient). On donne $C = 2,0 \cdot 10^2 \text{ J.K}^{-1}$. On admet qu'entre t et $t + dt$, l'ailette de refroidissement permet au boîtier de céder au milieu extérieur un transfert thermique élémentaire $\delta Q = \eta(T_0 - T(t))dt$ où T_0 est la température du milieu extérieur et $T(t)$ la température du boîtier.

24. Préciser la dimension de η ainsi que son unité.

25. Appliquer le premier principe au boîtier entre t et $t + dt$. En déduire une équation différentielle faisant intervenir $T(t)$ et $\frac{dT(t)}{dt}$.

26. Résoudre cette équation différentielle et en représenter la solution $T(t)$. A $t = 0$, $T(0) = T_0$.

27. L'amplificateur dissipe une puissance thermique de 20 W. La température du boîtier, pour le bon fonctionnement des composants, ne doit pas dépasser $T_{max} = 65^\circ\text{C}$. La température de la pièce, au voisinage de l'ailette, est de $T_0 = 25^\circ\text{C}$. En déduire la valeur de η convenable. Lors de l'extinction de l'amplificateur, au bout de quelle durée le boîtier revient-il sensiblement à température ambiante ?

Fin du deuxième problème. Fin de l'épreuve.

Bibliographie

- Benson, *Physique*, Tome 2 : Électricité et magnétisme, ch.12 « Les circuits alimentés en courant alternatif », 5^e édition française, De Boeck 2015
- Concours externe de l'agrégation de physique 2009, *Modèles physiques de quelques instruments de musique et acoustiques*, Quatrième partie
- Concours d'entrée dans les ENSI, filières M et P, 1976
- Concours d'entrée dans les écoles de chimie du groupe Chimie Sud, option P, 1984

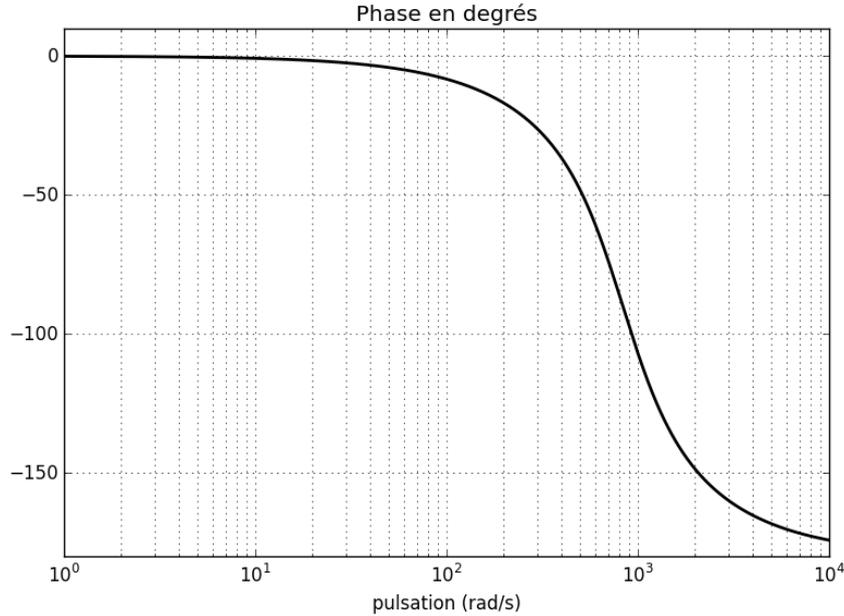
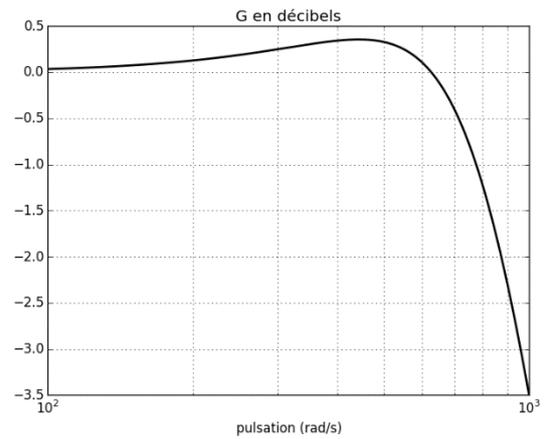
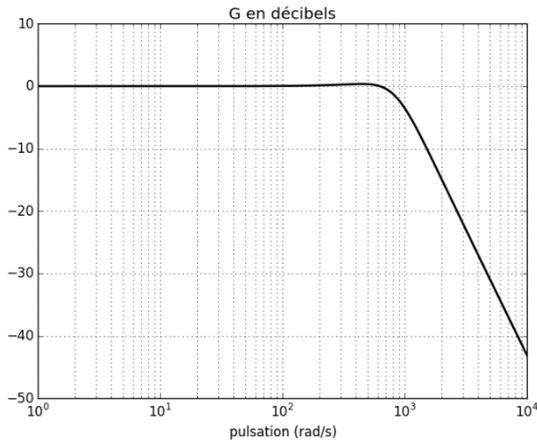
Annexe à rendre avec la copie (détacher cette page du sujet)

Épreuve de Physique 1 du classement de fin d'année 2021 – PCSI

Numéro d'anonymat : _____

Attention : vous ne devez pas faire figurer votre nom ni le numéro de votre classe.

Question 5



Représentation de $G = \frac{x_0 m \omega_0^2}{F_0}$ (en décibels) et de ϕ (en radians)

La question 14.c. doit être traitée au verso.

Question 14.c.

