

Klass 2022

Physique 2

Calculatrice autorisée – Documents interdits

- Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être utilisé pour les questions ultérieures, même s'il n'a pas été démontré.
- Le sujet est composé de deux problèmes indépendants et comporte 8 pages. Assurez-vous que le sujet est complet avant de commencer à composer.

Problème 1 – Sécurité en plongée

D'après concours Centrale Supélec 2022 PSI

Ce problème aborde quelques aspects de l'exploration sous-marine en plongée libre ou avec bouteille, puis aux très grandes profondeurs à l'aide de sous-marins autonomes et s'attache à discuter des contraintes de sécurité liées à ces expéditions.

Il reprend en particulier les données disponibles sur l'expédition menée par le réalisateur James Cameron dans la fosse des Mariannes, fosse océanique la plus profonde connue à ce jour et son sous-marin nommé Deepsea Challenger.

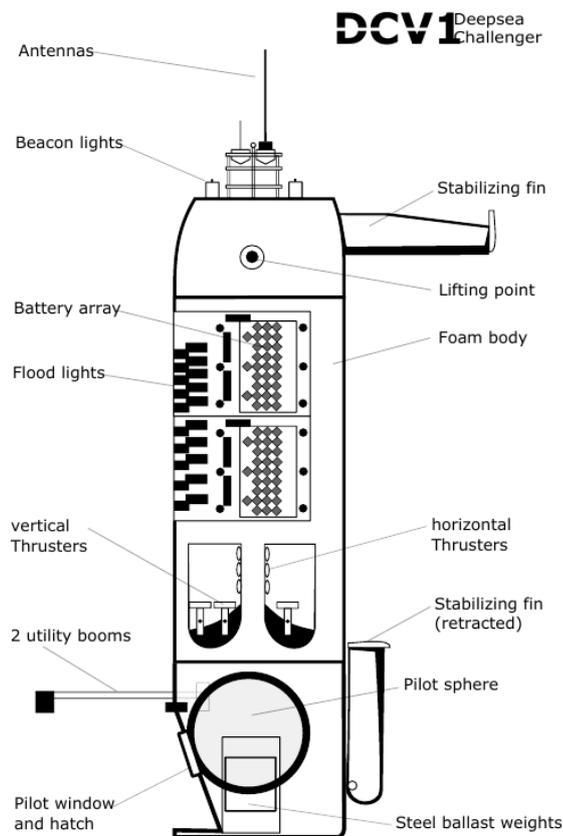
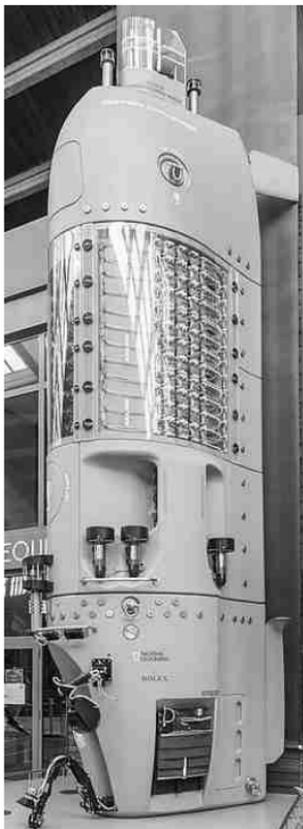


FIG. 1 : Photographie et schéma en coupe du sous-marin Deepsea Challenger.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les

illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Certaines données numériques et un formulaire sont regroupés à la fin de ce problème ; d'autres données relèvent de l'initiative du candidat.

1 Pression et plongée

1.1 Champ de pression

On se place dans un repère cartésien de centre O , placé sur l'interface eau-air, et d'axe Oz descendant.

1. Rappeler l'expression du principe fondamental de la statique des fluides et proposer une interprétation physique de chaque terme.

On suppose, dans un premier temps, que l'eau de mer est un fluide incompressible de masse volumique $\rho_0 = \rho(z = 0)$ et de température constante T_0 .

2. En déduire l'expression de la pression $P(z)$ à une profondeur donnée z , en fonction de P_0 la pression atmosphérique, g l'intensité de pesanteur uniforme qui règne dans les océans, ρ_0 et z . Représenter l'allure de la fonction $P(z)$.

La masse du plongeur et de son équipement (bouteille, lest...) est m supposée constante. Le volume du plongeur et de son équipement est $(V_1 + V)$, où V est le volume de ses poumons et V_1 le volume du « reste » supposé invariable.

Les poumons contiennent de l'air assimilé à un gaz parfait de température constante T_p . Tant que V reste inférieur ou égal à une valeur maximale V_m , on admet que la pression de l'air dans les poumons est égale à la pression environnante (P_0 en surface et $P(z)$ en plongée).

1.2 Plongée libre

À l'air libre, le plongeur gonfle ses poumons au maximum (le volume V atteint sa valeur maximale V_m), bloque sa respiration et plonge à la profondeur $z = h$ sans perdre d'air.

3. Exprimer le volume V_h des poumons à la profondeur $z = h$. Donner la valeur numérique pour $h = 100$ m.
4. À la profondeur h , le plongeur expire la moitié du gaz de ses poumons. Il remonte ensuite sans lacher d'air. Quel est le volume V' de ses poumons lorsqu'il arrive à la surface ? Donner la valeur numérique.

1.3 Plongée avec bouteilles

Le plongeur utilise maintenant son équipement de plongée autonome (bouteille et détendeur). La bouteille, placée sur le dos, est à parois indéformables, son volume est V_b . Elle contient de l'air et a été initialement gonflée, à la température T_b , sous la pression P_b . Dans l'eau ou à la surface de l'eau, le contenu de la bouteille est ramené à la température environnante T_0 .

Le détendeur est un système complexe qui délivre la quantité d'air nécessaire à la respiration du plongeur, à la pression $P(z)$ locale. Ce détendeur se bloque lorsque la pression dans la bouteille devient égale à P_f . C'est un signal donné au plongeur : il indique qu'il est temps de remonter à la surface. Le plongeur rétablit alors le fonctionnement du détendeur pour utiliser le reste de l'air.

En surface ou en plongée, la respiration se traduit par :

- une fréquence ν constante des cycles respiratoires,
 - un volume moyen V_p de gaz, de pression $P(z)$ inspiré au cours de chaque cycle,
 - une expiration de l'air vicié vers le milieu extérieur.
5. Si le plongeur utilise l'appareil en surface ($z = 0$), déterminer la durée Δt au bout de laquelle le détendeur se bloque.

6. Avec une bouteille pleine identique, le plongeur descend rapidement à la profondeur $z = h$ et s'y maintient. Soit $\Delta t'$ la durée au bout de laquelle le détendeur se bloque. Donner la relation entre Δt et $\Delta t'$
7. Donner les valeurs numériques de Δt et $\Delta t'$ pour $h = 100$ m. Conclure.
8. Quelle est la composition moyenne de l'air présent dans l'atmosphère terrestre au niveau de la mer ?

L'oxygène devient toxique lorsque sa pression partielle dépasse $P_{O_2m} = 1,7 \times 10^5$ Pa.

9. Calculer la profondeur maximale z_{\max} à laquelle un tel équipement permet de descendre. Commenter.

2 Pression et plongée à grande profondeur

Lorsqu'on approche des profondeurs atteintes par James Cameron, le modèle du fluide incompressible peut éventuellement être remis en cause. On conserve l'hypothèse isotherme, mais on cherche à modéliser les variations de masse volumique en introduisant le coefficient de compressibilité isotherme de l'eau défini par :

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T$$

10. Montrer que :

$$\chi_T = \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial P} \right|_T$$

11. On suppose que la grandeur χ_T est une constante. En utilisant la relation de la statique des fluides, montrer que la masse volumique varie avec la profondeur selon :

$$\rho(z) = \frac{\rho_0}{1 - \rho_0 \chi_T g z}$$

12. En déduire que l'on a :

$$P(z) = P_0 - \frac{1}{\chi_T} \ln(1 - \chi_T \rho_0 g z)$$

13. La pression dans la fosse des Mariannes (profondeur $z_{\max} = 10,9$ km) a été mesurée à $1,13 \times 10^8$ Pa. Le modèle prenant en compte la compressibilité de l'eau est-il suffisant pour prédire la pression à de telles profondeurs ? Proposer une amélioration du modèle.

Pour résister à une telle pression, il faut renforcer toutes les structures porteuses et notamment équiper la zone habitable sphérique de parois d'une épaisseur de plus de 5 cm d'acier.

14. En proposant des ordres de grandeur, estimer la masse de l'habitat sphérique.

Le surpoids lié à cette structure est contrebalancé par un ensemble de plaques de mousse spécialement développées qui assure la flottabilité du sous-marin.

L'économie d'énergie est également critique. La plongée au fond de la fosse, ainsi que la remontée en surface, sont essentiellement assurées par les forces gravitaires. C'est donc un ensemble de masses attachées à la coque du sous-marin, appelées *ballast*, qui permet la plongée. Leur abandon au fond de la fosse en fin d'expédition déclenche la remontée du sous-marin. Ainsi, l'usage des propulseurs, alimentés par un circuit électrique, peut être réservé à l'exploration locale de la fosse.

Le déplacement d'un solide dans un fluide visqueux s'accompagne généralement d'une force dite de traînée qui dépend notamment de la forme du solide et du régime d'écoulement. La norme de cette force, opposée au mouvement, peut s'écrire sous la forme

$$F = \frac{1}{2} \rho S C_x v^2$$

où v est la vitesse du solide, ρ la masse volumique du fluide et C_x un coefficient empirique sans dimension. La figure 2 donne la valeur du coefficient C_x pour diverses formes géométriques. S est la surface frontale, c'est-à-dire la surface occupée par le solide en projection sur un plan perpendiculaire à l'écoulement. Pour une sphère de rayon R , on aura ainsi $S = \pi R^2$

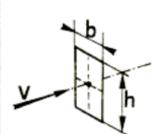
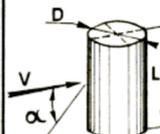
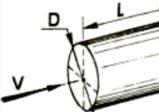
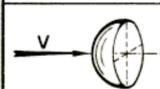
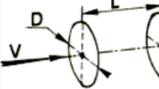
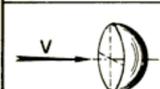
Fig. 19	Géométries	C _{xp}	Fig. 19	Géométries	C _{xp}
a		$\frac{h}{b} = 1$: 1,10		1 : 0,63 2 Re ~ 9.10 ⁴ : 0,68 5 (sous-critique) : 0,74 10 : 0,82 40 : 0,98 ∞ : 1,02 ∞ Re 5.10 ⁵ : 0,35	0,63 0,68 0,74 0,82 0,98 1,02 0,35
		$\frac{h}{b} = 2$: 1,15			
		$\frac{h}{b} = 4$: 1,19			
		$\frac{h}{b} = 10$: 1,29			
b		1,11	Coef. de correction de l'obliquité C _{xpα} = k . C _{xp0}	k pour α	0° : 1,0 30° : 0,7 60° : 0,2
c		$\frac{L}{D} = 1$: 0,91	f		Sans fond : 0,34
		$\frac{L}{D} = 2$: 0,85			Avec fond : 0,40
		$\frac{L}{D} = 4$: 0,87			
		$\frac{L}{D} = 7$: 0,99			
d		$\frac{L}{D} = 1,5$: 0,93	g		Sans fond : 1,33
		$\frac{L}{D} = 2$: 0,78			Avec fond : 1,17
		$\frac{L}{D} = 3$: 1,04			
		$\frac{L}{D} = 3$: 1,52			

FIG. 2 : Extrait de *L'Aérodynamique et l'origine des trainées parasites*, Ewald HUNSINGER, Michaël OFFERLIN, Inter.action, 1997.

- Quelle géométrie vous paraît adaptée pour la plongée et la remontée du sous-marin ?
- En vous aidant de la figure 1, estimer le rapport hauteur/largeur du sous-marin étudié, sa surface frontale S ainsi que son volume. Quelle valeur de C_x vous paraît alors pertinente ?

On note M la masse du sous-marin sans ses ballasts, et $m + M$ la masse avec les ballasts.

- Montrer que l'équation du mouvement du sous-marin lors de la phase de descente peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\dot{v}}{\alpha g} = 1 - \left(\frac{v}{u}\right)^2$$

où α et u sont des constantes que l'on exprimera en fonction de S, C_x, g, ρ, m et M . Quelle est la signification physique de u ?

- On admet que la grandeur $\frac{u}{g}$ représente le temps caractéristique d'établissement du régime permanent. Ce temps caractéristique est petit devant la durée de la descente qui était d'environ 2h30min. Conclure.

Les relevés effectués lors de la première expédition montrent que la descente du sous-marin a duré environ 2h30min et a permis d'atteindre une profondeur de 10,9 km. Le même trajet n'a pris que 70 min lors du retour à la surface.

- En explicitant clairement votre démarche, donner une expression approchée des temps de descente et de remontée du sous-marin, puis évaluer la masse de ballast qui a été libérée pour permettre la remontée.

La puissance électrique disponible assure, entre autres, le fonctionnement du système de contrôle de l'atmosphère de la capsule pendant plus de 50 heures. Ce système permet de maintenir une composition de l'air intérieur de l'habitacle correspondant à celle de l'atmosphère terrestre au niveau de la mer. On s'intéresse à la durée de survie du pilote au fond de l'océan en cas de panne de ce système.

Le dimensionnement des systèmes de survie en cas d'incidents divers s'appuie sur les données physiologiques moyennes d'un adulte.

- pression partielle en dioxygène pour que l'air soit respirable $P_{O_2} > P_{O_2\ell} = 8 \times 10^3$ Pa,
- volume moyen d'air inspiré au repos V_p ,
- fréquence respiratoire au repos ν .

On considère que, lors d'une inspiration, un être humain inspire toujours le même volume V_p d'air dont la composition est celle de l'air ambiant dans lequel il se trouve. L'étude d'un cycle respiratoire montre que seul

un quart du dioxygène inspiré est effectivement consommé par les poumons. On admettra que la quantité de matière de dioxyde de carbone exhalée est égale à la quantité de matière de dioxygène consommée par les poumons.

On suppose que le système de contrôle de l'atmosphère cesse de fonctionner et on note n_i et P_{O_2i} respectivement la quantité de matière de dioxygène présente dans l'habitacle et la pression partielle en dioxygène après la i -ième respiration après l'arrêt de ce système.

20. En explicitant les hypothèses utilisées, établir la relation

$$n_{i+1} = n_i \left(1 - \frac{V_p}{4V} \right)$$

où V est le volume libre dans l'habitacle. En déduire une relation $P_{O_2i}, P_{O_20}, V_p, V$ et i .

21. En déduire le nombre d'inspirations que peut faire le pilote, puis sa durée de vie sans apport extérieur de dioxygène.

Données

Constante des gaz parfaits	$R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Champ de pesanteur terrestre au niveau de la mer	$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Pression atmosphérique	$P_0 = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$
<i>Données sur le plongeur</i>	
Masse totale avec équipement	$m = 80 \text{ kg}$
Volume maximal des poumons	$V_m = 5,0 \text{ dm}^3$
Température de l'air dans les poumons	$T_p = 310 \text{ K}$
Volume moyen inspiré	$V_p = 0,50 \text{ dm}^3$
Fréquence respiratoire	$\nu = 0,25 \text{ Hz}$
<i>Données sur les bouteilles de plongée</i>	
Température de gonflage	$T_b = 300 \text{ K}$
Volume des bouteilles	$V_b = 12 \text{ dm}^3$
Pression de gonflage	$P_b = 200 \times 10^5 \text{ Pa}$
Pression de blocage du détendeur	$P_f = 50 \times 10^5 \text{ Pa}$
<i>Données sur l'eau de mer</i>	
Température	$T_0 = 283 \text{ K}$
Masse volumique	$\rho_0 = 1,02 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Coefficient de compressibilité isotherme	$\chi_T = 4,1 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$
<i>Données sur Deepsea Challenger</i>	
Profondeur de la fosse des Mariannes	$z_{\text{max}} = 10,9 \text{ km}$
Hauteur du sous-marin	$H = 7,30 \text{ m}$

FIN DU PREMIER PROBLÈME

Problème 2 — Étude d'une génératrice synchrone

D'après agrégation externe de physique, option chimie, 2007

L'objectif de ce problème est d'étudier une génératrice synchrone à aimant permanent et d'en établir un circuit électrique équivalent.

Un dispositif mécanique (turbine de centrale électrique par exemple) entraîne à grande vitesse (3000 tours/mi-
nute) un *rotor* constitué d'un aimant permanent dont le flux magnétique est canalisé vers trois enroulements
statoriques fixes dans le référentiel du laboratoire, orientés à 120° l'un de l'autre (voir figure 3). La variation
de flux dans chaque enroulement statorique induit une force électromotrice de pulsation égale à la vitesse
angulaire de rotation du rotor.

Dans tout ce problème, on supposera le régime sinusoïdal permanent atteint et la vitesse de rotation du rotor
constante sera notée Ω .

1 Tensions statoriques induites à vide

On note (OX) l'axe d'un aimant droit permanent, orienté du pôle Sud vers le pôle Nord, et \vec{u}_X un vecteur
unitaire de cet axe.

1. Représenter l'allure de la carte de champ magnétique d'un aimant permanent droit en faisant apparaître
l'axe OX .

Dans la génératrice synchrone, l'aimant est intégré à une structure ferromagnétique, non étudiée ici, qui
permet d'obtenir un champ magnétique uniforme (à l'échelle de la machine)

$$\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_X.$$

Chaque enroulement statorique est constitué de N_s boucles de conducteur, de surface S . Les enroulements (2) et
(3) sont identiques à l'enroulement (1). On notera $(Oxyz)$ le système d'axes orthogonal direct lié au référentiel
du laboratoire, tel que le vecteur unitaire normal à l'enroulement (1) soit \vec{e}_y . Les axes des trois enroulements
sont dans le plan xOy de la figure 3, et sont orientés à 120° l'un de l'autre.

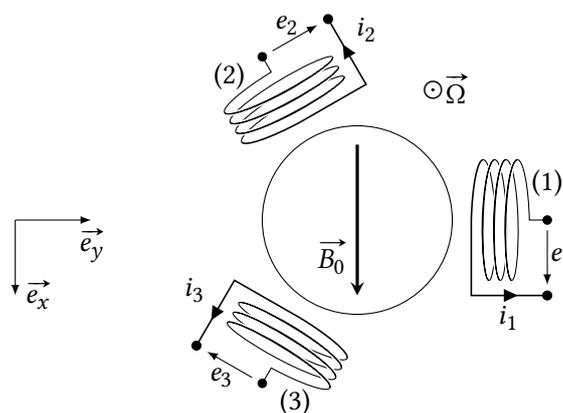


FIG. 3

On supposera, qu'à $t = 0$, les vecteurs \vec{u}_X et \vec{e}_x sont confondus. Par la suite, le vecteur \vec{u}_X reste constamment
dans le plan de la figure et tourne à la vitesse angulaire Ω dans le sens trigonométrique direct.

2. Exprimer le champ magnétique \vec{B}_0 créé par le rotor tournant à la vitesse angulaire Ω dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y)
en fonction de B_0 , Ω et t .
3. On note \vec{n}_1 le vecteur unitaire de l'axe de la bobine (1) orienté par le sens de circulation de i_1 . On définit
de même les vecteurs \vec{n}_2 et \vec{n}_3 pour les bobines (2) et (3). Exprimer les vecteurs unitaires \vec{n}_1 , \vec{n}_2 et \vec{n}_3 dans la
base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) .

4. Exprimer les flux du champ exciteur ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 dans les enroulements (1), (2) et (3) en fonction de t .
5. Quelle est la convention électrique choisie sur la figure 3 pour les tensions e_k et les intensités i_k ?
6. Rappeler la loi d'induction de Lenz-Faraday.
7. En déduire les tensions aux bornes des enroulements statoriques e_1, e_2, e_3 , appelées *tensions simples à vide*.
8. Dans la notation complexe, ces tensions s'écrivent :

$$\underline{e}_1 = E_0 e^{j(\Omega t + \psi_1)} \quad \underline{e}_2 = E_0 e^{j(\Omega t + \psi_2)} \quad \underline{e}_3 = E_0 e^{j(\Omega t + \psi_3)}$$

Donner les expressions de l'amplitude E_0 et des phases ψ_1, ψ_2, ψ_3 . Représenter les trois tensions $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3$ dans le plan complexe à $t = 0$ (diagramme de Fresnel).

Les trois enroulements sont maintenant connectés en *étoile* : les trois bobines possèdent un point commun noté n (voir la figure 4).

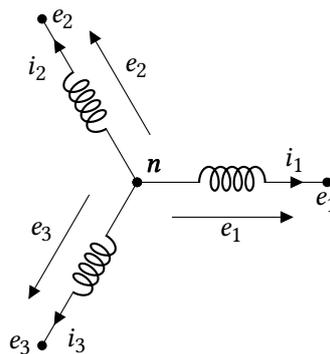


FIG. 4

9. On suppose dans cette question que la machine fonctionne à vide, c'est-à-dire qu'elle ne débite aucun courant. On a donc $i_1 = i_2 = i_3 = 0$.
 - a) Exprimer les tensions entre les trois bornes libres de (1), (2) et (3), notées e_{12}, e_{23} et e_{31} et appelées *tensions composées*, en fonction de e_1, e_2 et e_3 . La convention choisie pour ces tensions est $e_{ij} = e_i - e_j$.
 - b) Tracer les représentations de ces tensions $\underline{e}_{12}, \underline{e}_{23}$ et \underline{e}_{31} dans le diagramme de Fresnel.
 - c) On donne $1 - e^{-2j\frac{\pi}{3}} = \sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{6}}$. Montrer que l'amplitude des tensions composées vaut $E_l = \sqrt{3}E_0$, et donner le déphasage de la tension composée e_{12} par rapport à la tension simple e_1 .
 - d) Retrouver ces deux résultats grâce à la représentation de Fresnel.
 - e) On donne $N_s = 40, S = 1,08 \text{ m}^2$ et $B_0 = 1,44 \text{ T}$ et la vitesse de rotation du rotor est $\Omega = 3000$ tours par minute. Donner les valeurs numériques des amplitudes des tensions simples E_0 et composées E_l à vide.

2 Modèle équivalent de Behn-Eschenburg

La machine synchrone connectée en étoile débite maintenant des courants i_1, i_2 et i_3 non nuls orientés avec la convention de la figure 4.

En plus du flux ϕ_1 induit par le rotor, l'enroulement statorique (1) est soumis à son flux propre ϕ_1 et aux flux $\phi_{12} = M_s i_2$ et $\phi_{13} = M_s i_3$ créés par les enroulements (2) et (3), où M_s est le coefficient d'inductance mutuelle entre deux enroulements statoriques. On notera L_s l'inductance propre de chaque enroulement statorique, et la quantité positive $\Lambda_s = L_s - M_s$ sera appelée *inductance cyclique* de l'enroulement. Enfin, la résistance équivalente des conducteurs de chaque enroulement sera notée R_s .

10. Exprimer le flux total ϕ_1^t à travers l'enroulement (1).
11. Quelle relation relie les courants i_1, i_2 et i_3 ? En déduire l'expression de ϕ_1^t en fonction de ϕ_1, Λ_s et du courant i_1 .

12. Donner l'expression de la force électromotrice induite e'_1 induite dans l'enroulement (1) en fonction de e_1 , Λ_s et i_1 .
13. Donner l'expression de la tension u_1 à la sortie de l'enroulement statorique (1) en fonction de la tension à vide e_1 , de i_1 , de Λ_s et R_s .
14. En déduire le circuit électrique équivalent à l'enroulement (1). Que peut-on dire pour les enroulements (2) et (3)?
15. En prenant l'intensité i_1 comme origine des phases, tracer le diagramme de Fresnel permettant de relier les représentations complexes de e_1 , u_1 et i_1 . On choisira un déphasage $\alpha > 0$ arbitraire de u_1 par rapport à i_1 .

En régime de fonctionnement en charge, dit *régime nominal*, les enroulements (1), (2) et (3) sont reliés à trois charges inductives identiques, d'impédances complexes $Z_c = R_c + jL_c\Omega$. L'ensemble formé d'un enroulement et de sa charge constitue une *ligne* (voir figure 5). Les trois lignes ont donc un fonctionnement symétrique (on dit qu'elles sont équilibrées). On admet que, dans ces conditions, la relation entre les courants établie à la question 11 reste valide.

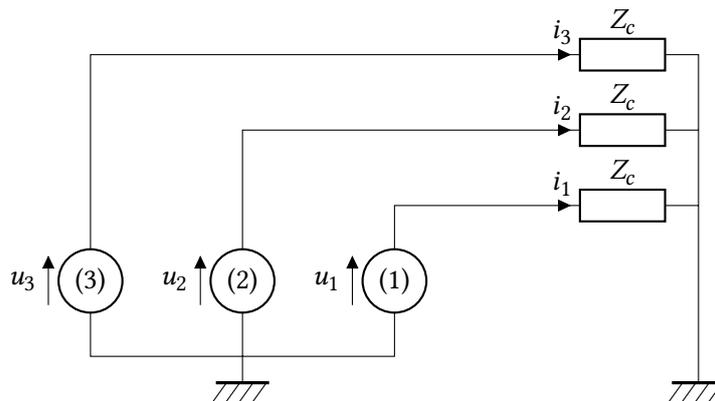


FIG. 5

16. Tracer le schéma électrique équivalent de la ligne (1).
17. Quelle est la relation entre les représentations complexes du courant i_1 et de la tension u_1 ?
18. En déduire la relation entre les amplitudes U_{1n} et I_{1n} de u_1 et de i_1 en régime nominal, ainsi que la valeur du déphasage α de u_1 par rapport à i_1 . Que peut-on dire pour les lignes (2) et (3)?
19. On donne $U_{1n} = 19,6 \text{ kV}$, $R_c = 0,52 \Omega$, $L_c = 0,80 \text{ mH}$ et la vitesse de rotation du rotor est de 3000 tours par minute. Donner les valeurs de I_{1n} et de α .
20. Donner la relation entre l'amplitude de la tension simple à vide nominale E_{0n} et I_{1n} , puis la relation entre E_{0n} et U_{1n} .
21. On donne $R_s = 1,0 \times 10^{-3} \Omega$ et $\Lambda_s = 4,7 \text{ mH}$. Calculer la valeur de E_{0n} .
22. Exprimer la puissance instantanée $P_n(t)$ débitée en régime nominal par l'ensemble de la machine synchrone à un instant t . Montrer que cette puissance est indépendante de t , et donner son expression en fonction des amplitudes nominales I_{1n} et U_{1n} du courant et de la tension, et de la valeur du déphasage α .
23. Exprimer la puissance moyenne dissipée par effet Joule P_J dans l'ensemble des bobinages, ainsi que l'énergie moyenne E_M stockée sous forme magnétique dans ces bobinages en fonction de I_{1n} , Λ_s et R_s .
24. Faire les applications numériques de P_n , P_J et E_M . Commenter la valeur de P_n obtenue.