

PHYSIQUE I

Durée : 4 h

La calculatrice n'est pas autorisée.

L'énoncé de cette épreuve comporte 17 pages.

Les formulaires, valeurs numériques et figures éventuellement nécessaires sont regroupés en fin d'énoncé.

L'objectif de ce problème est d'étudier un dispositif permettant d'enregistrer une figure d'interférences lumineuses obtenues grâce à un dispositif type trous d'Young.

Une possibilité d'enregistrer la figure repose sur l'utilisation d'un capteur photosensible qu'on déplace dans le champ d'interférences.

La partie I étudie une photodiode utilisée en capteur photosensible qui transforme l'intensité lumineuse en tension. Cette tension est enregistrée sur la carte d'acquisition d'un ordinateur.

Dans la partie II, on étudie le principe de fonctionnement d'un moteur pas à pas qui est utilisé pour déplacer avec précision le capteur

La partie III propose d'étudier la courbe d'interférences enregistrée.

Les trois parties sont largement indépendantes.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer le cas échéant par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

I. Photodiode

Une photodiode (représentée sur la figure 1) est un composant électro-optique dont la caractéristique électrique dépend de la puissance lumineuse moyenne reçue au niveau de sa surface sensible.

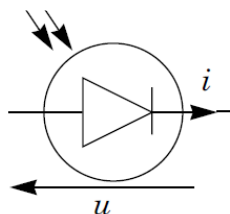


Figure 1 : schéma d'une photodiode

Les données techniques relatives à l'oscilloscope utilisé sur lesquelles on pourra éventuellement s'appuyer pour répondre aux questions, sont fournies en annexe.

I.A. Caractéristique

Q1. A l'aide, entres autres, d'un GBF et d'un oscilloscope, proposer un montage qui permette d'accéder à la caractéristique de la photodiode sur l'oscilloscope. On s'appuiera sur un schéma précis.

On éclaire la photodiode avec une source monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$ pour différentes puissances lumineuses P indépendantes du temps (régime stationnaire). Après acquisition sur ordinateur, on en déduit les caractéristiques représentées figures 2 et 3 à l'aide du montage précédent. L'ordre des courbes est celui de la légende. On suppose que les mesures sont effectuées à température ambiante.

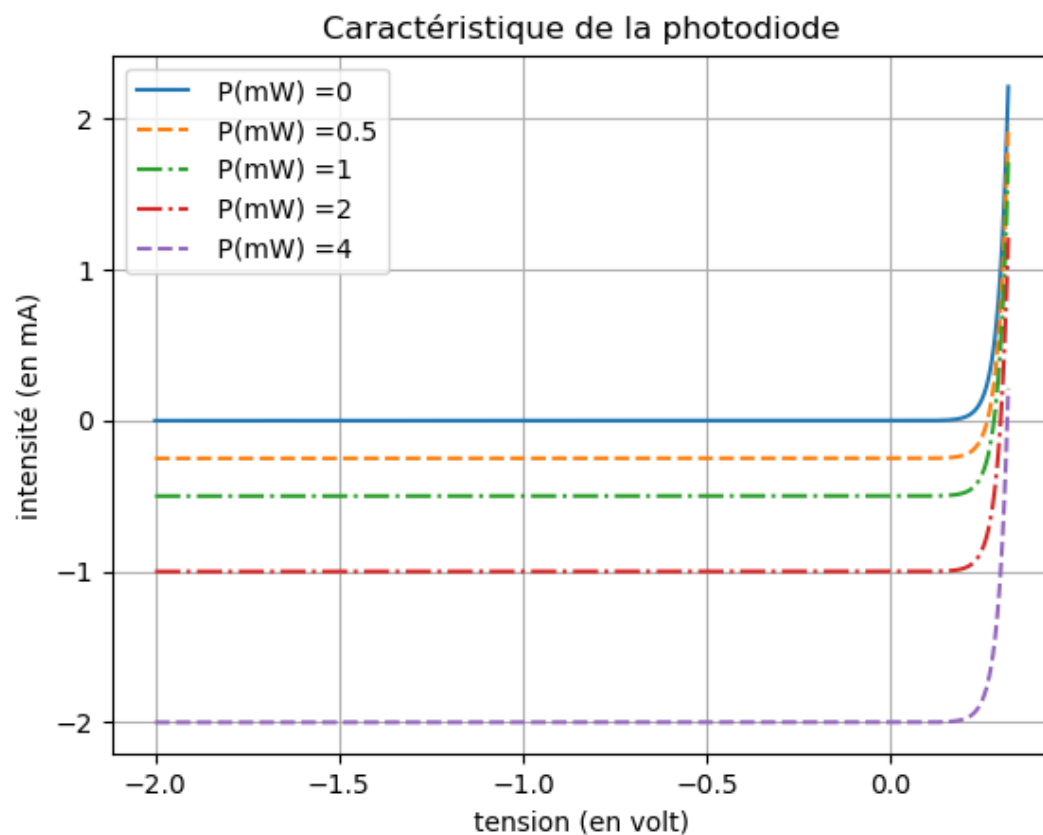


Figure 2 : caractéristique de la photodiode en fonction de la puissance lumineuse reçue

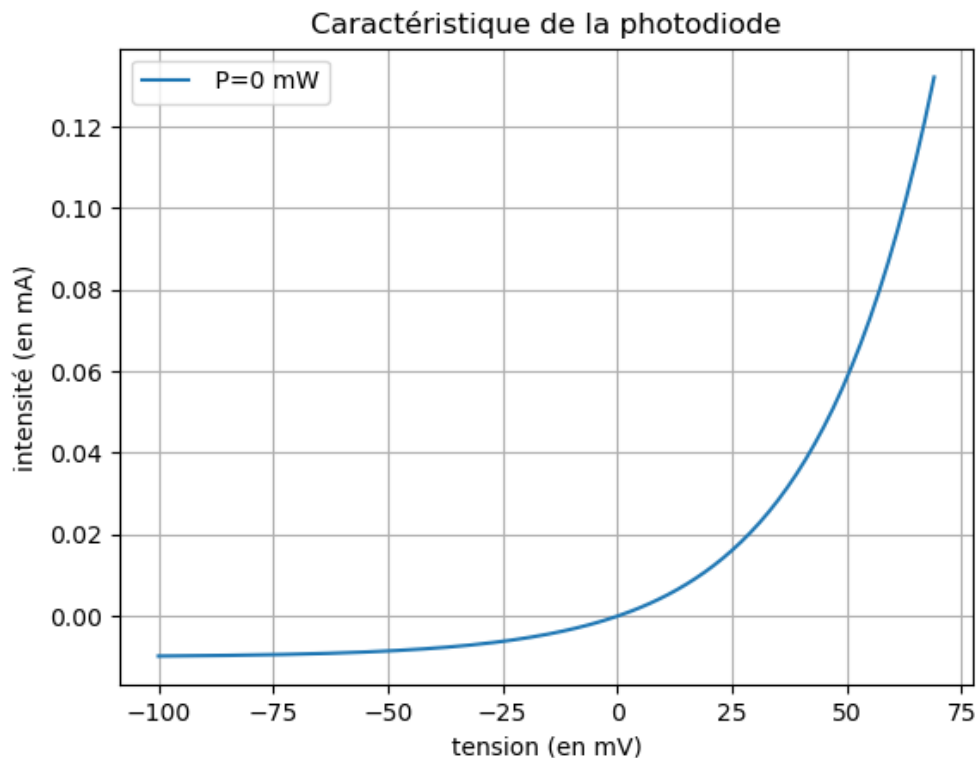


Figure 3 : zoom de la caractéristique de la photodiode dans l'obscurité

On s'intéresse tout d'abord au comportement de la photodiode dans l'obscurité.

On suppose que la précision sur les mesures de tension est de l'ordre de 3%, et celle d'intensité de l'ordre de 6 %.

Q2. Justifier la précision des mesures de tension. Pourquoi la mesure d'intensité est-elle moins précise ?

Une modélisation théorique de la caractéristique dans l'obscurité conduit à la relation :

$$i = I_0 \left(\exp \frac{u}{U_0} - 1 \right) \text{ où } U_0 = \frac{k_B T}{e}.$$

I_0 est appelé courant d'obscurité.

Q3.

A l'aide de la caractéristique, proposer une valeur pour I_0 et U_0 et estimer l'incertitude-type associée.

En déduire une mesure de la constante k_B . Confronter avec la donnée tabulée.

Comment améliorer la précision sur la mesure de k_B ? Une réponse maximale de quelques lignes est attendue.

On considère maintenant le cas où la puissance lumineuse est non nulle.

Q4. Evaluer numériquement le nombre de photons qui arrivent par unité de temps sur la photodiode lorsque la puissance lumineuse reçue est de 1 mW.

Q5. Dans quel domaine de la caractéristique la photodiode se comporte-t-elle en photogénérateur ? Citez une application.

Q6. Lorsque la puissance lumineuse reçue est non nulle, on modélise la caractéristique par la relation :

$$i = I_0 \left(\exp \frac{u}{U_0} - 1 \right) - I_p \text{ où } I_p \text{ est appelé photo-courant.}$$

Les données constructeur stipulent que I_p suit la loi $I_p = k \times P$ ou P est la puissance lumineuse reçue et k une constante. Montrer que la caractéristique de la photodiode (figure 2) permet de valider cette loi et déterminer la valeur de k .

On trouve dans la littérature la modélisation suivante approchée de la photodiode lorsqu'elle se comporte en photorécepteur (figure 4). La valeur proposée pour la capacité est $C_d = 2$ pF.

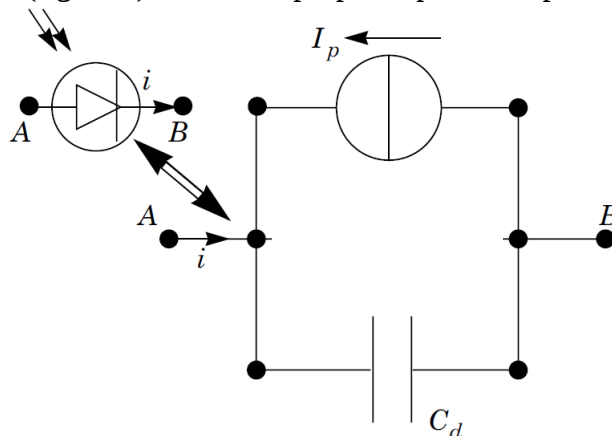


Figure 4 : Modélisation approchée photodiode

Q7. A l'aide de la caractéristique, justifier qu'il existe un domaine de fonctionnement de la diode en photorécepteur, que l'on précisera, où l'on peut effectivement adopter cette modélisation simplifiée en régime stationnaire. Discuter les conditions de validité du modèle, que l'on supposera vérifiées dans toute la suite.

I.B. Utilisation en photorécepteur

On souhaite utiliser la photodiode dans le domaine photorécepteur précédent avec le montage suivant (figure 5), composé d'une résistance R connue et d'un générateur de tension idéal de force électromotrice E de valeur positive ou négative réglable.

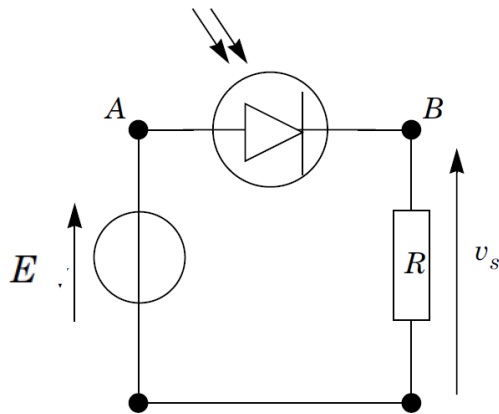


Figure 5 : montage avec diode utilisée en photorécepteur

On suppose dans un premier temps que la puissance lumineuse reçue P est constante.

Q8. Comment choisir E pour que la tension v_s soit proportionnelle à la puissance P ?

Déterminer la puissance lumineuse maximale $P_{\max}$ que l'on peut ainsi détecter en fonction de k , E et R .

On choisit $R = 1 \text{ k}\Omega$. Déterminer numériquement la valeur de E telle que $P_{\max} = 30 \text{ mW}$.

On ne suppose plus la puissance lumineuse P indépendante du temps ; on la note $P(t)$. On admet que la modélisation simplifiée de la photodiode utilisée en photorécepteur (figure 4) reste valable.

Q9. Etablir l'équation différentielle entre v_s et $P(t)$.

Q10. La puissance lumineuse reçue est de la forme $P(t) = P_0 + \Delta P \cos(\omega t)$ où P_0 et ΔP sont des constantes.

Justifier l'existence d'un régime permanent établi.

Etablir l'expression de la tension $v_s(t)$ en régime établi.

Peut-on obtenir $v_s(t)$ proportionnel à $P(t)$? Préciser les conditions.

Variante du montage

Parmi les montages proposés pour utiliser pour la photodiode, on trouve le montage suivant (figure 6)

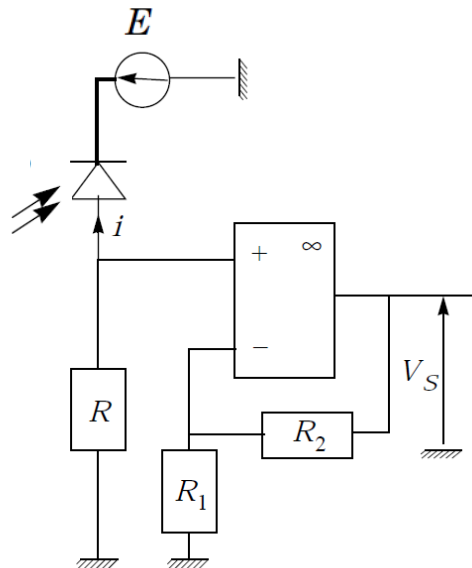


Figure 6 : variante du montage

L'ALI est supposé idéal.

Q11. Quel-est selon-vous l'intérêt d'un tel montage ?

II- Moteur pas à pas.

NB : Aucune connaissance préalable sur le moteur pas-à-pas n'est requise.

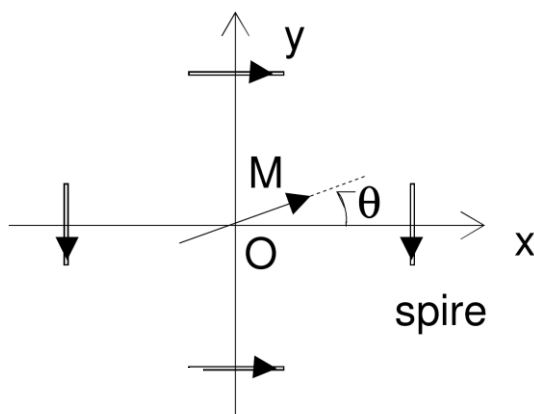


Figure 7 : vue de dessus

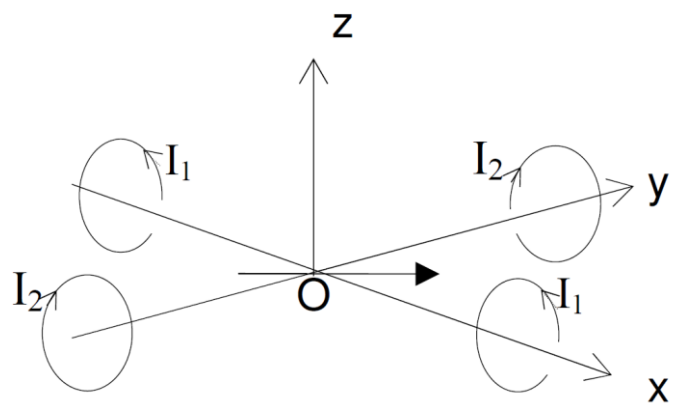


Figure 8 : vue de profil

On considère le modèle simplifié d'un moteur pas à pas (voir les figures 7 et 8).

- Un petit aimant permanent tourne autour d'un axe de direction $\vec{u}_z$ passant par O; il est solidaire d'une roue (non représentée sur les figures). On admet que l'aimant est équivalent à un circuit plan indéformable, de moment dipolaire magnétique $\vec{M}$ de norme constante. L'ensemble constitue le rotor.

- Deux paires de spires constituent le stator. Les deux spires d'une paire sont placées symétriquement par rapport à O et elles sont branchées en série. Ox est l'axe commun des deux spires de la paire 1, et Oy est l'axe commun des deux spires de la paire 2.

En alimentant correctement les spires du stator, on peut faire tourner le rotor.

On note I_1 l'intensité du courant circulant dans la paire 1, et I_2 celle du courant circulant dans la paire 2. On admet l'absence de phénomène d'induction mutuelle entre le circuit de la paire 1 et celui de la paire 2. **On néglige, dans un premier temps, le phénomène d'induction électromagnétique dû au mouvement du rotor.**

II.A. Champ magnétique créé par la paire 1.

Les spires sont supposées circulaires de rayon R et on note d la distance de O au centre d'une spire. On note $\vec{B}_1$ le champ créé par la paire 1 en O.

Q12. Déterminer, en le justifiant, la direction et le sens du champ magnétique créé en O par la spire placée en $x = +d$.

On admet que la norme du champ magnétique créé en O par la spire placée en $x = +d$ est $B_0 = \mu_0 \frac{I_1 R^2}{2(d^2 + R^2)^{3/2}}$ où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ SI est la perméabilité magnétique du vide.

Q13. Déterminer $\vec{B}_1$ en utilisant des considérations de symétrie très claires, en ne tenant compte que des deux spires de la première paire.

On suppose, dans les questions Q14 à Q 18, que l'intensité I_2 est nulle.

II.B. Moment magnétique dans le champ magnétique $\vec{B}_1$.

Dans les questions **Q14 à Q17**, on suppose en outre que l'intensité I_1 est constante.

On étudie le mouvement du moment magnétique soumis au champ magnétique des spires de la paire 1, assimilé, sur l'étendue du petit aimant, à un champ uniforme et égal à $\vec{B}_1$. On note θ l'angle $(\vec{u}_x, \vec{M})$ et J le moment d'inertie du rotor par rapport à son axe de rotation Oz.

On suppose qu'il existe des frottements fluides exerçant un couple, de moment par rapport à Oz égal à $\Gamma_f = -\alpha \dot{\theta}$, où $\dot{\theta}$ est la vitesse angulaire du rotor et α est une constante positive.

Q14. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$ en fonction de B_0 et des autres données du problème,

Q15. Linéariser l'équation différentielle dans le cadre des petits mouvements autour de la position d'équilibre $\theta_{eq} = 0$ et la mettre sous la forme :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{d\theta}{dt} + \varepsilon \omega_0^2 \theta = 0 \text{ avec } \varepsilon = \pm 1.$$

Préciser la valeur de ε . Que peut-on dire de la stabilité de la position d'équilibre $\theta_{eq} = 0$?

Q16. A $t = 0$, on suppose que $\theta(0) = \theta_0$ et $\frac{d\theta}{dt}(0) = 0$. θ_0 est positif, mais très inférieur à un radian. Sur le même graphique, tracer l'allure de $\theta(t)$ dans les différents cas possibles.

A valeur donnée de θ_0 , préciser, sans calcul, comment on doit choisir la valeur de Q pour que le retour à $\theta = 0$ soit le plus rapide. Exprimer alors $\theta(t)$ en fonction de ω_0 et θ_0 .

Q17. Caractériser, en le justifiant, la stabilité des autres positions d'équilibre éventuelles.

II.C. Courant dans les spires de la paire 1 (voir les figures 8 et 9)

Le circuit électrique d'une paire du stator est modélisé par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance r et d'une inductance L alimentée par une tension de commande U_1 qui peut prendre deux valeurs opposées $+V_0$ et $-V_0$.

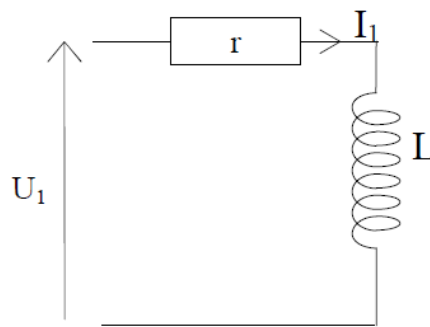


Figure 9 : modélisation du circuit électrique d'une paire du stator

On suppose que $U_1 = +V_0$ depuis un long moment et, qu'à $t = 0$, U_1 bascule à $-V_0$.

On rappelle qu'on néglige le phénomène d'induction électromagnétique dû au mouvement du rotor.

Q18. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $I_1(t)$ pour $t > 0$. Exprimer le temps caractéristique τ du phénomène.

Exprimer $I_1(t)$ et tracer son allure en faisant apparaître τ .

II.D. Tensions de commande du stator.

On suppose que les tensions de commande des deux paires de spires du stator sont $U_1 = +V_0$ et $U_2 = +V_0$.

Q19. Déterminer, en degrés, l'angle θ_{eq} de la nouvelle position d'équilibre stable du rotor.

Q20. U_1 bascule à $-V_0$ et U_2 ne change pas. Déterminer l'angle θ caractérisant la nouvelle position atteinte par le rotor.

Q21. Regrouper dans un tableau les valeurs successives de U_1 , U_2 et θ l'angle du rotor permettant de faire un tour complet.

Quel est le nombre de pas par tour ?

Quel est le facteur limitant la vitesse de rotation du moteur ?

Q22. Dans la réalité, les moteurs pas à pas peuvent faire jusqu'à 200 pas par tour. Citer une utilisation courante des moteurs pas à pas.

II.E. Prise en compte de l'induction électromagnétique due au mouvement du rotor

Dans toute cette partie, l'induction électromagnétique due au mouvement de l'aimant n'est plus négligée.

Le rotor est en rotation de vitesse angulaire instantanée notée $\dot{\theta}$. On étudie le régime libre, donc les tensions de commande U_1 et U_2 sont nulles.

On néglige, dans cette partie l'auto-inductance L des spires, et on suppose que $d \gg R$.

On suppose que le flux du champ magnétique de l'aimant à travers l'ensemble des deux spires de la paire 1 vaut $\phi = \phi_0 \cos\theta$ où ϕ_0 est une constante positive, dont la détermination n'est pas demandée.

Q23. Déterminer la force électromotrice induite dans le circuit de la paire 1.

En déduire le courant induit instantané i_1 dans cette paire de spires d'axe Ox.

Q24. Exprimer le champ magnétique créé en O par ce courant i_1 .

En déduire le moment (noté $\vec{\Gamma}_1$) par rapport à Oz des forces magnétiques exercées sur l'aimant du fait du courant i_1 . On exprimera $\vec{\Gamma}_1$ en fonction, notamment, de θ et $\dot{\theta}$.

Q25. Exprimer de même le moment (noté $\vec{\Gamma}_2$) des forces magnétiques exercées sur l'aimant, et dues à l'induction dans la paire n° 2, d'axe Oy.

Q26. En déduire le moment total $\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_1 + \vec{\Gamma}_2$.

Quel est, finalement, la conséquence mécanique de l'existence de l'induction électromagnétique due au mouvement du cadre ? Comment modifier simplement le modèle des questions **Q14** à **Q17** pour en tenir compte ?

III Application à l'étude d'une figure d'interférence

III.A. Figure d'interférence dans le cas de deux trous d'Young

Le moteur pas à pas entraîne une courroie sur laquelle on a fixé le capteur (voir figure 10). Ce capteur se déplace à une distance $D = 2.00$ m de deux trous d'Young (de rayon a , distants de e) dans le champ d'interférence. On note S_1 et S_2 le centre des trous. A l'aide d'une carte d'acquisition et d'un logiciel, on peut commander le moteur pas à pas et enregistrer la tension à chaque pas. Après étalonnage du déplacement engendré par un pas, on obtient la courbe de la figure 11 qui donne un signal proportionnel à la puissance lumineuse reçue par la photodiode en fonction de l'abscisse. Les trous sont éclairés par une onde assimilée à une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 633$ nm, en incidence normale. Le déplacement de la photodiode est parallèle à l'axe (x ' x) joignant le centre des deux trous et repéré par la position x prise nulle au milieu des deux trous. On assimile l'air au vide.

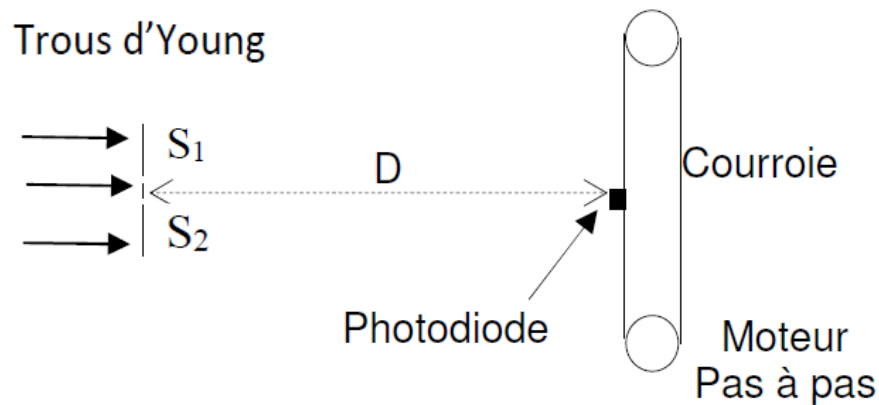


Figure 10 : schéma du dispositif d'enregistrement

On enregistre le signal suivant (figure 11) (unité verticale arbitraire)

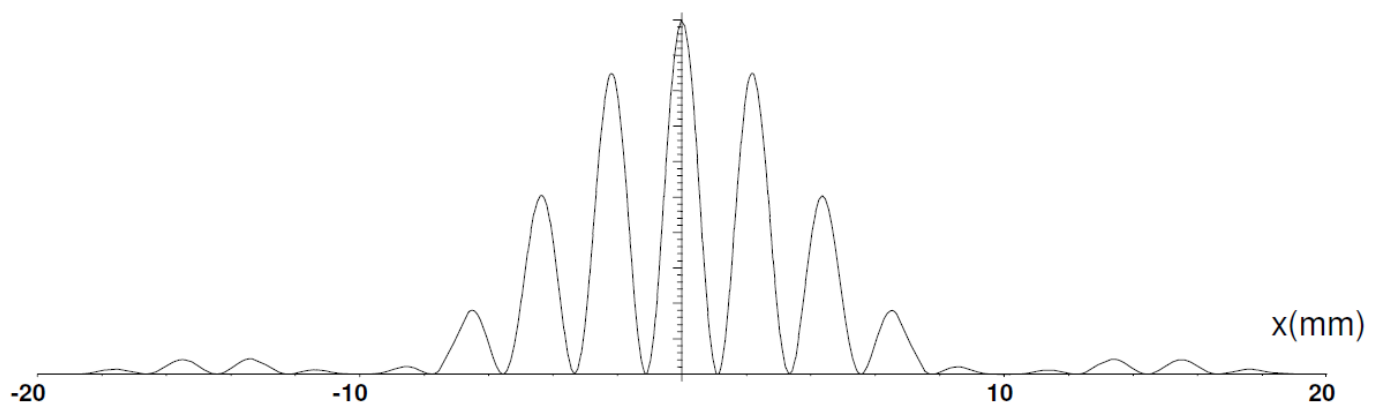


Figure 11 : signal enregistré par la photodiode

On rappelle la formule de Fresnel, qui donne la répartition de l'intensité lumineuse (puissance lumineuse par unité de surface) issue de deux sources monochromatiques reçue par le capteur en un point M de l'espace)

$$I(M) = 2I_0(M) \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0} \right) \right)$$

où $\delta(M)$ est la différence de marche entre deux rayons lumineux issus des centres des deux sources et interférant en M, λ_0 la longueur d'onde dans le vide et $I_0(M)$ l'intensité lumineuse qui serait reçue en M si une seule des deux sources était présente. Compte-tenu de la faible taille du capteur, on considérera que la puissance lumineuse reçue par la photodiode est $P(M) = I(M)S$ où S est la surface de la photodiode.

Q27. Comment a-t-on choisi la vitesse du moteur compte-tenu des caractéristiques de la photodiode ? Proposer une application numérique et commenter.

Quel autre capteur aurait-on pu utiliser ?

Q28. Interpréter qualitativement l'enregistrement obtenu.

Quelle serait l'allure de l'enregistrement obtenu dans le cas d'un trou seul ? On pourra tracer sur une même figure les deux signaux pour un et deux trous.

On s'intéresse dans un premier temps à la figure qui serait observée avec un seul trou.

Q29. Décrire la figure qu'on observerait sur un écran situé à la distance D lorsqu'un seul trou est présent.

Cette figure fait apparaître une tâche centrale dont le rayon est donné par une des relations suivantes, où k est une constante sans dimension dont la valeur approchée est $k = 1.2$:

$$k \frac{\lambda_0 a}{2D} \quad \text{ou} \quad k \frac{2\lambda_0 a}{D^2} \quad \text{ou} \quad k \frac{\lambda_0 D}{2a}$$

Q30. Ecrire la bonne réponse en justifiant brièvement les raisons de votre choix.

On s'intéresse maintenant au signal obtenu par la photodiode en un point de l'axe ($x'x$) avec les deux trous (figure 11).

Q31. Etablir l'expression littérale de la différence de chemin optique entre les deux ondes issues des trous supposés ponctuels en un point M du détecteur d'abscisse x , en fonction de x , D et des paramètres que vous jugerez pertinents.

Q32. Compte-tenu du montage, on suppose $D \gg x$ et $D \gg e$. Simplifier l'expression obtenue.

Q33. Estimer a et e .

Vérification optique de l'écartement.

Les trous étant très proches, on ne peut pas mesurer directement avec précision leur écartement e . On cherche donc à faire les mesures sur l'image agrandie des trous par une lentille mince.

On souhaite réaliser l'image des deux trous sur un écran placé à une distance $L = 2,00$ m des trous (voir figure 12).

On note A un point objet réel sur l'axe optique dans le plan de front des trous et A' son image réelle sur l'écran. On a donc $AA' = L$ (figure 12).



Figure 12 : dispositif de mesure optique de l'écartement

On dispose de lentilles minces de focales f de valeurs respectives (-20 cm, -10 cm, -5,0 cm, 10 cm, 20 cm et 60 cm). Pour des raisons d'encombrement, on ne peut pas positionner la lentille à moins de 5 cm des trous.

Q34. Quelle lentille doit-on choisir pour avoir le plus grand grandissement possible ?

Estimer numériquement le grandissement correspondant.

L'écartement e' des fentes images vaut 10,4 mm. Vérifier que la valeur qu'on peut en déduire pour l'écartement e des fentes est cohérente avec celle obtenue à la question Q33.

III.B. Interféromètre de Michelson en coin d'air avec source ponctuelle

Un dispositif analogue aux trous d'Young peut-être obtenu à l'aide d'un interféromètre de Michelson éclairé par une source ponctuelle monochromatique S .

Le dispositif est constitué d'une lame semi-réfléchissante inclinée à 45° appelée séparatrice et de deux miroirs notés M_1 et M_2 qui peuvent être perpendiculaires entre eux ou non (figures B et C en annexe) Un rayon lumineux issu de S incident sur la séparatrice peut donc être réfléchi par la séparatrice puis par le miroir M_2 , ou transmis par la séparatrice et réfléchi par le miroir M_1 .

Une partie de ces faisceaux est ensuite renvoyée vers un l'écran placé parallèlement au miroir M_2 (figure B). On remarquera qu'une autre partie ces faisceaux réfléchis par les miroirs est également renvoyée vers la source et « perdue ». Ces faisceaux ne seront pas considérés par la suite.

On note $d = SO$, $d_2 = OO_2$, $d_1 = OO_1 = d_2 + e$ et $d_E = OE$. (Les points sont définis figures B et C)

Pour les applications numériques on prendra $d = 5 \text{ cm}$, $d_E = 1.05 \text{ m}$ et $d_2 = 45 \text{ cm}$.

On suppose dans un premier temps que les miroirs M_1 et M_2 sont perpendiculaires.

On s'intéresse tout d'abord aux rayons lumineux réfléchis sur le miroir M_2 et parvenant sur l'écran.

Q35. Justifier que ces rayons sont issus d'un point S_2 que l'on précisera. Déterminer numériquement la distance $D = S_2E$.

Q36. Sur la figure B est placé un point M donné sur l'écran. Construire le rayon lumineux issu de S, réfléchi par M_2 et parvenant en M. On joindra à la copie la construction sur la figure B.

On s'intéresse maintenant aux rayons lumineux issus de S, réfléchis par M_1 et parvenant sur l'écran.

Q37. A l'aide d'un raisonnement similaire à la question Q36, construire le rayon lumineux parvenant en M, issu de S et réfléchi par le miroir M_1 .

Q38. Justifier qu'on peut adopter un schéma simplifié du dispositif en faisant intervenir le miroir (fictif) M'_1 symétrique de M_1 par rapport à la séparatrice (figure B)

On suppose $d_2 = d_1$ (donc $e = 0$). On incline le miroir M_1 d'un angle $\alpha \ll 1 \text{ rad}$ (figure C).

Q39. Expliquer en quoi le dispositif est analogue à celui des trous d'Yong.

Quels sont à votre avis les différences ?

Q40. Déterminer la valeur de l'angle α (en radians) donnant le même interfrange sur l'écran que celui observé dans le cas des trous d'Young étudiés à la question ?

Quel est l'intérêt du dispositif ?

Données et formulaire

Données oscilloscope

Vertical system – Analog channels

Vertical resolution	8 bits
Input sensitivity range	2 mV to 5 V/div on all models with calibrated fine adjustment
DC gain accuracy	±3%, from 10 mV/div to 5 V/div
Maximum input voltage	300 V _{RMS} CAT II; derated at 20 dB/decade above 100 kHz to 13 V _{p-p} AC at 3 MHz and above
Offset range	2 mV to 200 mV/div: ±1.8 V >200 mV to 5 V/div: ±45 V
Bandwidth limit	20 MHz
Input coupling	AC, DC, GND
Input impedance	1 MΩ in parallel with 20 pF
Vertical zoom	Vertically expand or compress a live or stopped waveform

Annexe A : quelques données oscilloscope

Formulaire

On rappelle les formules de conjugaison et de grandissement dans le cas d'une lentille mince

Relations de Descartes

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Relations de Newton

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2 \quad \gamma = -\frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

Données numériques :

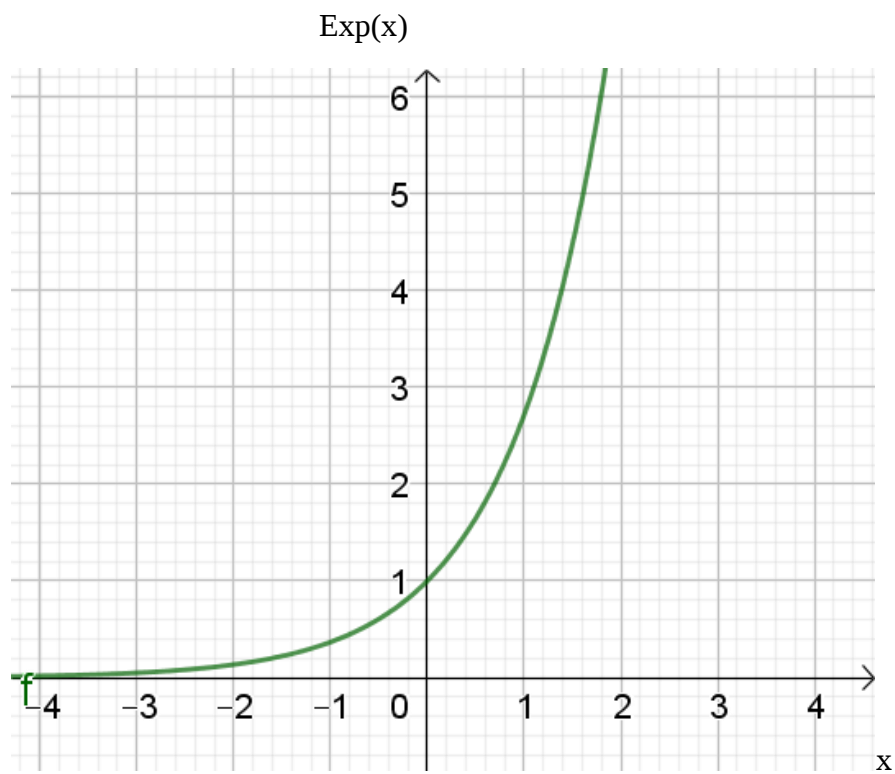
Charge élémentaire $e = 1.602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Constante de Boltzmann $k_B = 1.380\,649 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Constante de Planck : $h = 6.626\,070 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Célérité lumière dans le vide : $c = 2.997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Valeurs numériques



Fonction exponentielle

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.58$$

$$\frac{4}{3} \approx 1.33$$

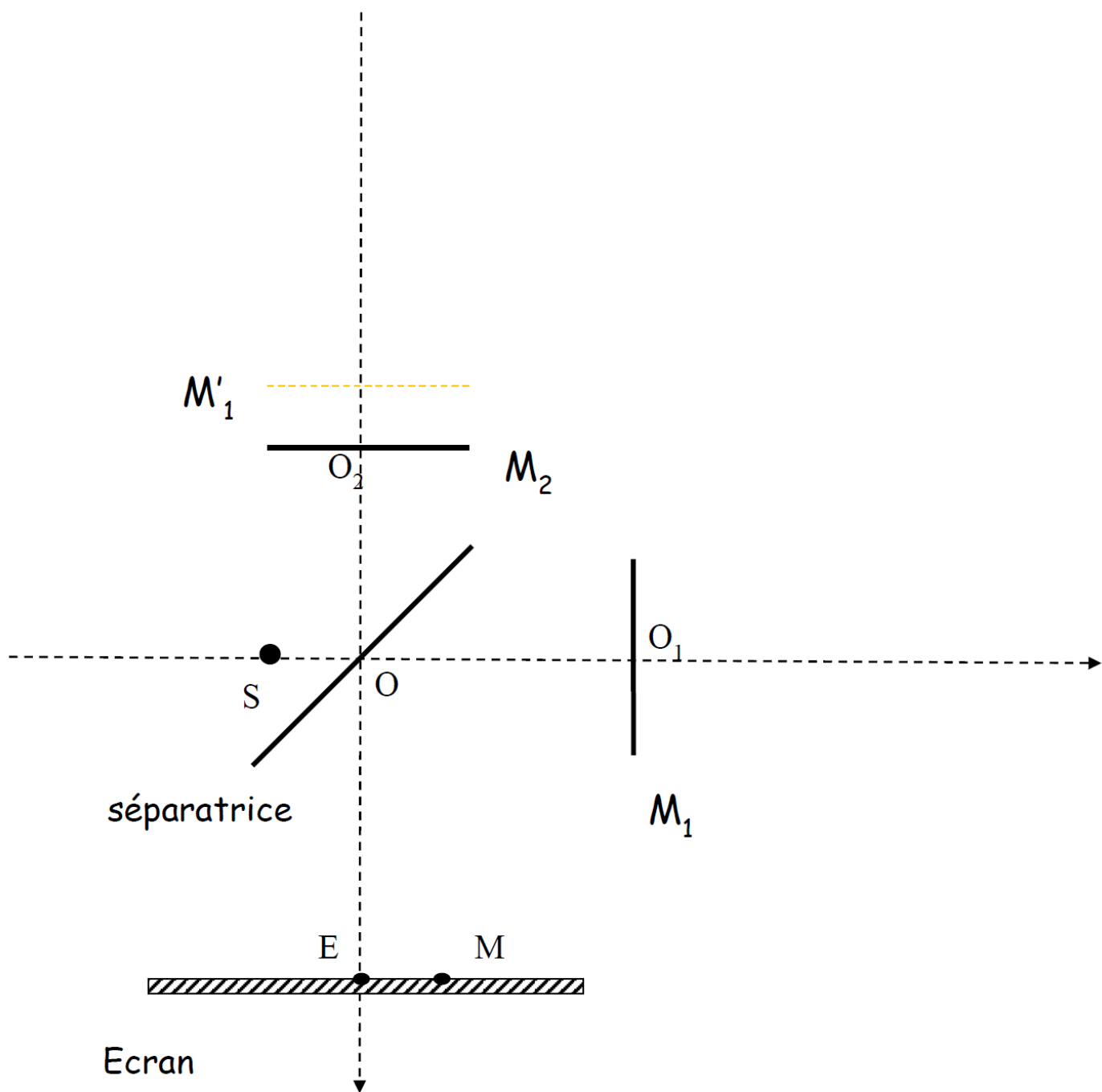


Figure B : interféromètre de Michelson avec miroirs perpendiculaires

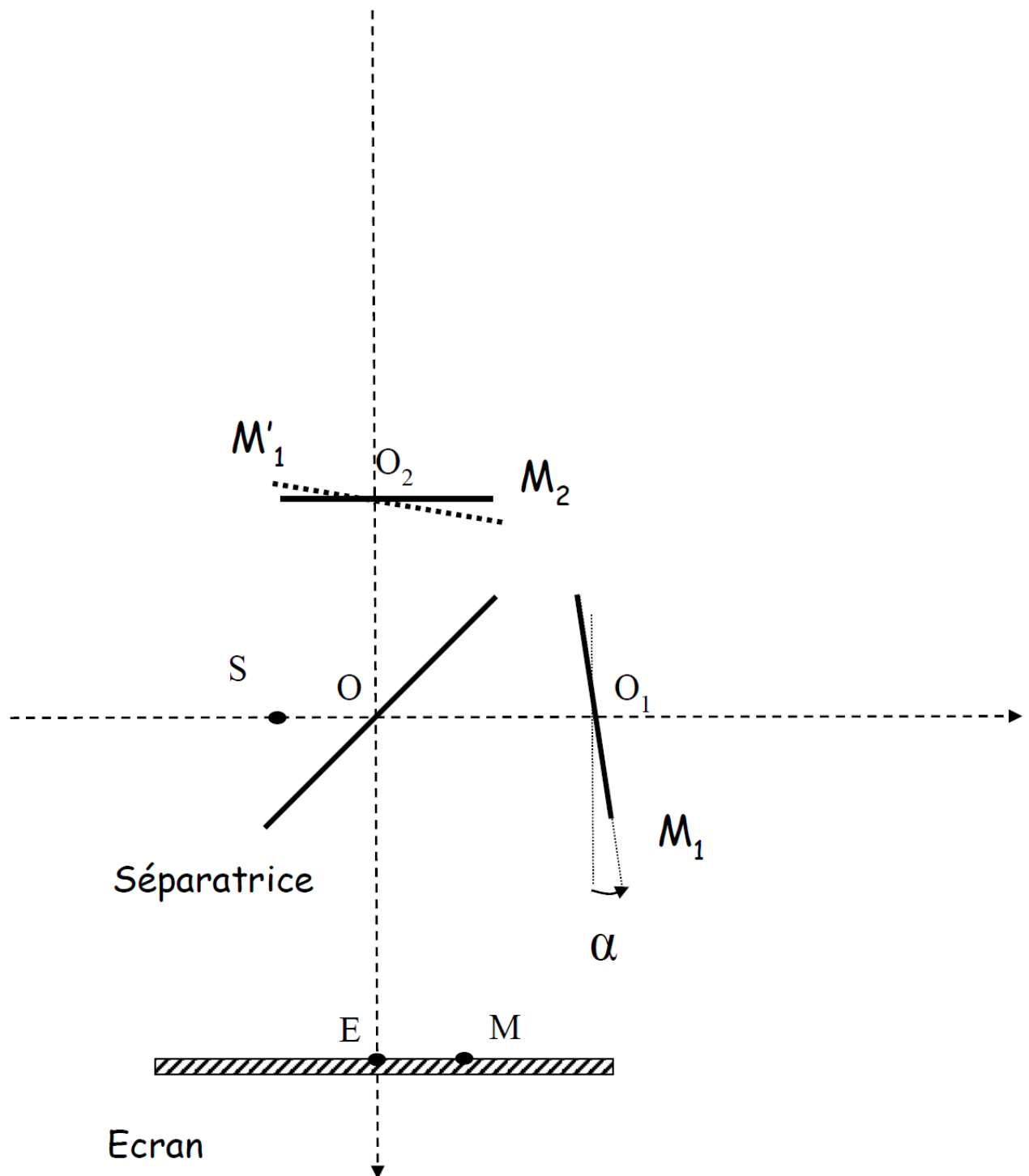


Figure C : interféromètre de Michelson avec miroirs non perpendiculaires