

I 1

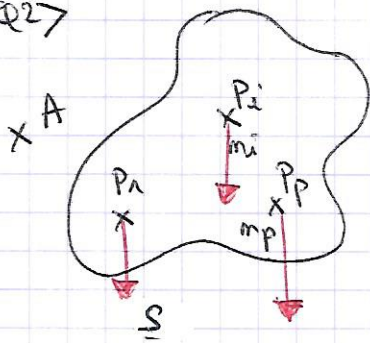
Q1) Un solide est au repos dans un référentiel galiléen si et seulement si :

- La résultante des forces extérieures est nulle (1)
- le moment résultant des forces extérieures est nul par rapport à n'importe quel point fixe du référentiel (2)

On suppose qu' initialement le solide est au repos.

Rque: en toute rigueur pour (2), il suffit d'exiger que le moment résultant % (1 pt) quelconque est nul.

Q2)



Modélisons le solide par un ensemble de points matériels P_i de masse m_i , de masse totale $m_{tot} = \sum m_i$

La résultante des forces de pesanteur sur S est déterminée par :

$\downarrow \vec{g}$

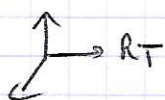
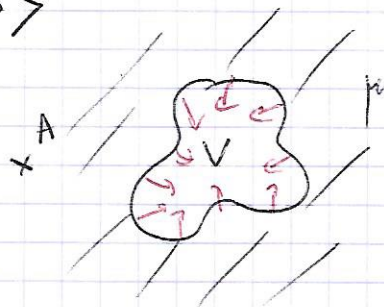
$$\vec{F}_{pes} = \sum_i m_i \vec{g} = \underline{m_{tot} \vec{g}} \quad (\vec{g} \text{ est supposé uniforme})$$

Le moment résultant en A est donné par :

$$\begin{aligned} \vec{M}_{A, pes} &= \sum_i \vec{AP}_i \wedge m_i \vec{g} = \left(\sum_i m_i \vec{AP}_i \right) \wedge \vec{g} \\ &= m_{tot} \vec{AG} \wedge \vec{g} \\ &= \vec{AG} \wedge (m_{tot} \vec{g}) = \underline{\vec{AG} \wedge \vec{F}_{ext}} \end{aligned}$$

Lorsque l'on va appliquer les lois de la dynamique à S dans un référentiel galiléen dans lequel A est fixe, tout se passe comme si une force unique $\vec{F}_{ext} = m_{tot} \vec{g}$ s'applique en G .

Q3 >



La poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ est la résultante des forces de pression s'exerçant de la part du liquide sur le solide S. Pour la déterminer, il suffit de remplacer le solide par le liquide qui l'entoure de masse volumique ρ , le tout restant à l'équilibre dans R_T .

On suppose que la poussée d'Archimède sur S et celle sur le liquide qui remplace S sont identiques (même surface frontière). Comme le liquide remplaçant S ne subit que les forces de pesanteur et la poussée d'Archimède, on peut écrire (Q1 et A point fixe de R_T):

$$\begin{cases} m_{\text{tot}} \vec{g} + \vec{\pi} = \vec{0} \\ \vec{m}_A^{\text{pes}} + \vec{m}_A^{\text{pression}} = \vec{0} \end{cases} \quad \text{avec } m_A = \rho V$$

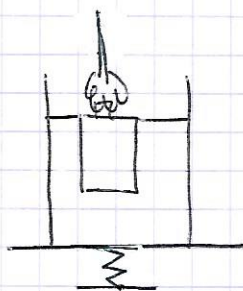
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{\pi} = -m_{\text{tot}} \vec{g} = -\rho V \vec{g} \\ \vec{m}_A^{\text{pression}} = \vec{AG} \wedge (-m_{\text{tot}} \vec{g}) = \vec{AG} \wedge \vec{\pi} \end{cases} = \text{opposée du poids du fluide déplacé}$$

avec G : centre d'inertie du fluide déplacé.

En ce qui concerne, les forces de pression s'exerçant de la part du fluide sur le solide tout se passe comme si la résultante (égale à l'opposé du poids du fluide déplacé) s'applique au centre de masse G de ce même fluide.

Il s'agit bien là de la loi d'Archimède.

Q4 >



Si on modélise la balance par un ressort, la masse indiquée par la balance correspond à la force exercée par la bouteille sur l'eau; plus exactement la norme de cette force est égale à la masse affichée $\times g$.

Or la force exercée par la bouteille sur l'eau est égale à l'opposé de la force exercée par l'eau sur la bouteille, d'après le principe des actions

réci-proques.

On en déduit donc : $\text{Poussée d'Archimède}_{\text{eau} \rightarrow \text{bouteille}} = \text{masse affichée} \times g$

Si on suppose que la loi d'Archimède reste valable si le solide est immergé dans 2 fluides différents, moyennant de considérant les 2 poussées d'Archimède associées à chaque fluide, on en déduit, que pour vérifier la loi d'Archimède concernant la résultante des forces de pression sur la bouteille immergée, il faut simplement vérifier :
..... exercée par l'eau

$$\underline{\text{masse affichée} = \text{masse de l'eau déplacée}}$$

Or ici le volume immergé de la bouteille est égal à :

$$V = R \pi \frac{D^2}{4}$$

Sachant que la masse volumique d'eau est $\rho_{\text{eau}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, il s'agit donc de vérifier que $\rho_{\text{eau}} V = m_{\text{affichée}}$

AN $\rho_{\text{eau}} V = \rho_{\text{eau}} R \pi \frac{D^2}{4} = 0,332 \text{ g} = \underline{3,3 \cdot 10^{-4} \text{ kg}}$

Cette valeur correspond à ce qui est affiché par la balance, la résultante des forces de pression d'exercant de la part de l'eau sur la bouteille est bien égale à l'opposé du poids de l'eau déplacée.. (compte-tenu des incertitudes de mesure)

QS>

Résultante des forces de pesanteur : $(\rho_1 V_1 + \rho_0 V_0 + \rho_2 V_2) \vec{g}$

Résultante des forces de pression : $\vec{\pi}_0 + \vec{\pi}_1 + \vec{\pi}_2 = -\rho_l (V_1 + V_0 + V_2) \vec{g}$

$$\Rightarrow \vec{R} = (\rho_1 V_1 + \rho_0 V_0 + \rho_2 V_2 - \rho_l (V_1 + V_0 + V_2)) \vec{g}$$

$$\boxed{\vec{R} = (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 - \rho_l (V_1 + V_2)) \vec{g}}$$

De même :

$$\vec{\Gamma}_c = \vec{CG}_1 \wedge e_1 v_1 \vec{g} + \vec{CG}_2 \wedge e_2 v_2 \vec{g} + \vec{CG}_0 \wedge e_0 v_0 \vec{g} \\ + \vec{CG}_1 \wedge (-e_1 v_1 \vec{g}) + \vec{CG}_2 \wedge (-e_2 v_2 \vec{g}) + \vec{CG}_0 \wedge (-e_0 v_0 \vec{g})$$

$$\boxed{\vec{\Gamma}_c = v_1 \vec{CG}_1 (e_1 - e_0) \wedge \vec{g} + v_2 \vec{CG}_2 \wedge (e_2 - e_0) \vec{g}}$$

Q6 > Ces effets antagonistes se compensent si :

$$\vec{R} = \vec{0} \Leftrightarrow \boxed{e_1 v_1 + e_2 v_2 = e_0 (v_1 + v_2)}$$

$$\text{Q7 > } \vec{G}_c = \vec{CG}_1 \wedge [e_0 (v_1 + v_2) - e_2 v_2 - e_1 v_1] \wedge \vec{g} \\ + \vec{CG}_2 \wedge (e_2 v_2 - e_0 v_2) \vec{g}$$

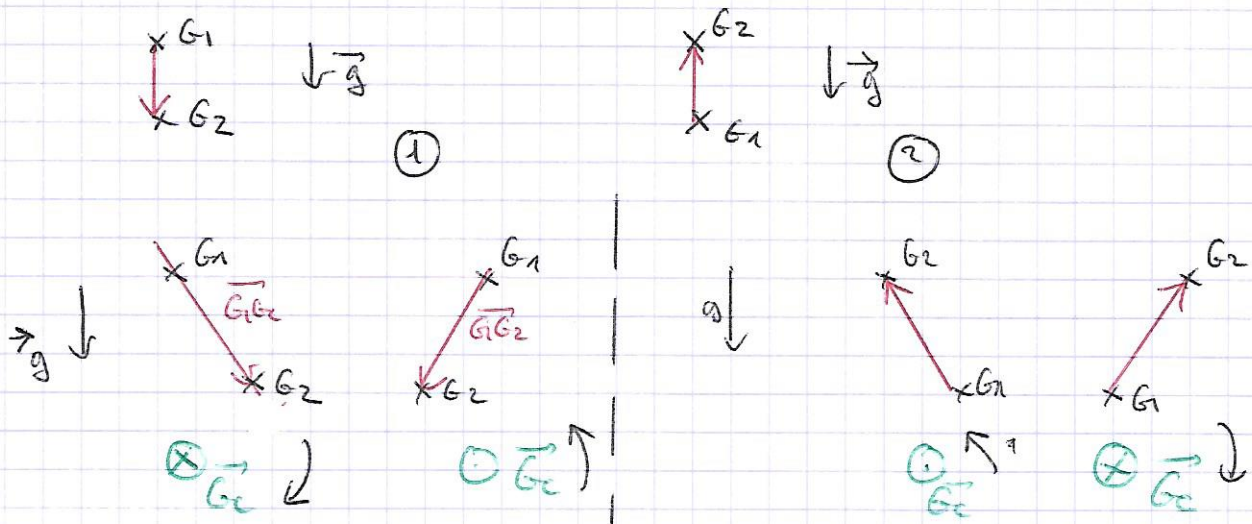
$$\vec{G}_c = \vec{CG}_1 \wedge (e_0 v_2 - e_2 v_2) \vec{g} + \vec{CG}_2 \wedge (e_2 v_2 - e_0 v_2) \vec{g} \\ = (\vec{CG}_2 - \vec{CG}_1) \wedge (e_2 - e_0) v_2 \vec{g}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\vec{G}_c = \vec{G}_1 \vec{G}_2 \wedge (e_2 - e_0) v_2 \vec{g}}$$

On en déduit $\boxed{\Gamma_m = (e_2 - e_0) v_2}$ et $\boxed{\Gamma_m > 0}$

Q8 > A l'équilibre $\vec{G}_c = \vec{0}$ donc $\vec{G}_1 \vec{G}_2$ est colinéaire à $\vec{g}$.

Il y a donc 2 positions d'équilibre possibles :

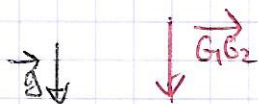


Pour étudier la stabilité des positions d'équilibre, on peut étudier ce qu'il se passe proche de la position d'équilibre et voir l'effet de $\vec{G}_c$ sur le mouvement du système Σ . Pour ce faire, en utilisant la règle des 3 doigts, on peut trouver la direction et le sens de $\vec{G}_c$ (cf dessin)

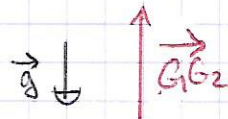
Dans le cas ①, $\vec{G}_c$ a pour effet de réaligner $\vec{G}_1\vec{G}_2$ avec $\vec{g}$ dans le même sens
 ②, $\vec{G}_c$ a pour effet d'éloigner $\vec{G}_1\vec{G}_2$ de la position d'équilibre

On en déduit :

position d'équilibre stable

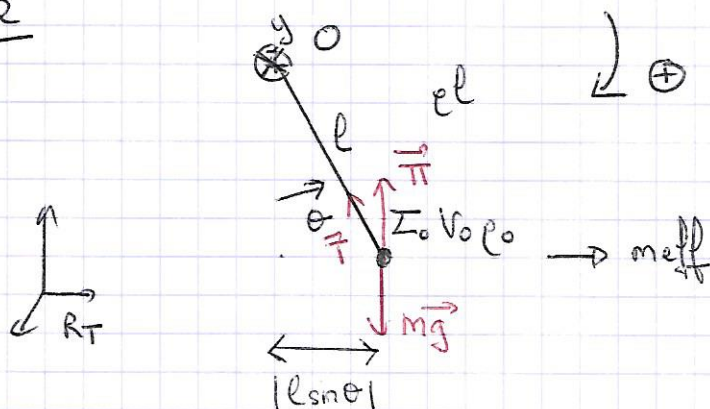


position d'équilibre instable



Q9> La vis $\mathcal{V}$ permet de déplacer le centre d'inertie G_2 et ainsi assurer l'horizontalité de la platine.

I2



masse de Σ_0 :

$$m = \rho_0 V_0$$

Q10> On applique le théorème du moment cinétique dans R_T au système Σ_0 par rapport à l'axe (Oy)

$$m_{eff} l^2 \ddot{\theta} = \underbrace{-mg l \sin \theta}_{\text{moment du poids}} + \underbrace{\rho_0 V_0 g l \sin \theta}_{\text{moment poussée d'Archimède}} + 0 \quad \vec{m}_{Oy}(\vec{\tau})$$

Pour exprimer chaque moment scalaire des forces, on utilise bien sûr le bras de levier !

Ainsi
$$\ddot{\theta} + \left(\frac{mgl - e l v_0 l g}{m_{eff} l^2} \right) \sin \theta = 0$$

Dans l'approximation des petits angles, il vient :

$$\ddot{\theta} + g \frac{(m - e l v_0)}{l m_{eff}} \theta = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l_{eff}} \quad m = \rho_0 v_0$$

avec
$$l_{eff} = l \frac{m_{eff}}{m_{app}}$$

Q11)
$$\begin{cases} m_{eff} = \rho_0 v_0 + 20 e l v_0 \\ e l = 0,99 \rho_0 \end{cases}$$

En l'absence de liquide, on avait l'équation usuelle du pendule pesant

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

$$T_{vide} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l_{eff}}{g}}$$

$$\frac{T_0}{T_{vide}} = \sqrt{\frac{l_{eff}}{l}} = \sqrt{\frac{m_{eff}}{m_{app}}} = \left(\frac{\rho_0 v_0 + 20 e l v_0}{(\rho_0 - e l) v_0} \right)^{1/2} = \left(\frac{\rho_0 + 20 e l}{\rho_0 - e l} \right)^{1/2}$$

AN :
$$\frac{T_0}{T_{vide}} = \sqrt{\frac{(1 + 20 \cdot 0,99)}{0,01}} = \underline{45}$$

Q12)
$$T_0 = 40 \text{ s} = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

$$l_1 = g \frac{T_0^2}{4\pi^2}$$

AN :
$$l_1 = 9,8 \left(\frac{40^2}{4\pi^2} \right) = \underline{397 \text{ m}}$$

La valeur donnée par la brochure est juste.

Par ailleurs $l_{eff} = l_1 = l \frac{m_{eff} b}{m_{app}} = l \frac{e_0 + 20 e l}{e_0 - e l} = l \frac{1 + 20 \cdot 0,99}{0,01}$

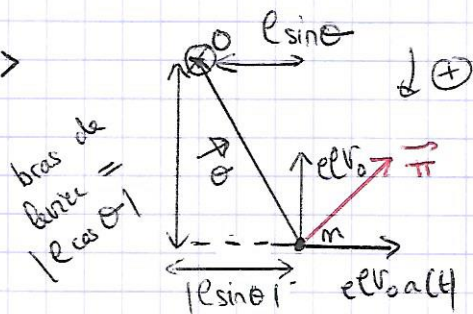
$$\Rightarrow \boxed{l = \frac{e_0 - e l}{e_0 + 20 e l} l_{eff}} \quad \text{AN } \underline{l = 19 \text{ cm}}$$

I3 R_s a un mouvement de translation rectiligne accéléré // (Ox) dans

Q13 R_T .

donc R_s est un référentiel non galiléen. (car il n'a pas un mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à R_T)

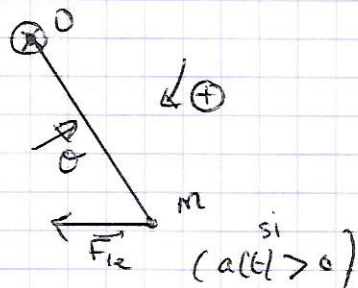
Q14 >



$$m_{(ay)}(\vec{\pi}_0) = e l v_0 g \sin \theta - e l v_0 a \cos \theta$$

($\theta < 0$ sur le dessin)

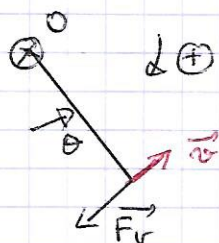
>



$$m_{(ay)}(\vec{F}_{12}) = e_0 v_0 a(t) l \cos \theta$$

bras de levier

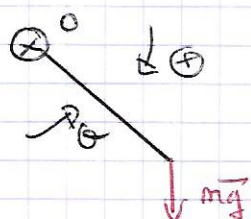
>



$$m_{(ay)}(\vec{F}_r) = -e l \ddot{\theta} (e) = -e l^2 \ddot{\theta}$$

(sur le dessin $\ddot{\theta} < 0$)

>



pour le poids, on a toujours :

$$m_{(ay)}(\vec{P}) = -m g l \sin \theta$$

On applique le théorème du moment cinétique à Σ_0 (Oy) fixe dans $\mathcal{R}_S$:

$$m_{eff} l^2 \ddot{\theta} = e l v_0 g \sin \theta - e l v_0 a \cos \theta + e_0 v_0 a \cos \theta - e l \ddot{\theta} - m g l \sin \theta$$

$$m_{eff} l^2 \ddot{\theta} + e l^2 \ddot{\theta} + \sin \theta (m g l - e l v_0 g) = \cos \theta (e l + e_0) l_0 l a(t)$$

Dans l'approximation des petits angles $\begin{cases} \cos \theta \approx 1 \\ \sin \theta \approx \theta \end{cases}$ et il vient:

$$m_{eff} l^2 \ddot{\theta} + e l^2 \ddot{\theta} + \theta g l (e_0 - e l) v_0 = -e l v_0 a l + e_0 v_0 a l l$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = a(t) l v_0 \frac{e_0 - e l}{m_{eff} l^2} = a(t) v_0 \frac{e_0 - e l}{m_{eff} l}$$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = a(t) \frac{1}{l_{eff}}}$$

$$\text{avec } \frac{\omega_0}{Q} = \frac{e l^2}{m_{eff} l^2} = \frac{e}{m_{eff}} \Leftrightarrow \left(Q = \frac{m_{eff}}{e} \sqrt{\frac{g}{l m_{eff}}} \right)$$

$$\boxed{Q = \frac{m_{eff} \omega_0}{\beta}}$$

Q15 >

$$\begin{cases} a(t) = a_0 \cos \omega t \leadsto \underline{a} = a_0 e^{j \omega t} \\ \theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi) \leadsto \underline{\theta} = \underline{\theta}_m e^{j \omega t} \end{cases}$$

$$\left(-\omega^2 + \frac{\omega_0}{Q} j \omega + \omega_0^2 \right) \underline{\theta}_m = \frac{a_0}{l_{eff}} \Leftrightarrow \underline{\theta}_m = \frac{a_0 / l_{eff}}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega \omega_0}{Q}}$$

Q16 >

$$\underline{\theta}_0 = \frac{a_0 / l_{eff}}{\omega_0^2}$$

$$\boxed{H = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q \omega_0}}}$$

On reconnaît la fonction de transfert d'un filtrage Pass-Bas d'ordre 2

Q17 > Si le pendule oscille dans l'air, en négligeant les frottements

$$m \ddot{\theta} + \cancel{\beta \dot{\theta}} + mgl\theta = ma(t)l \quad \left(\begin{matrix} m_{eff} = m \\ \cancel{c} = 0 \end{matrix} \right)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = \frac{a(t)}{l}$$

Ce qui donne en amplitudes complexes $\underline{\Theta}(-\omega^2 + \frac{g}{l}) = \frac{a_0}{l}$

$$\Rightarrow \underline{\Theta} = \frac{a_0/l}{\cancel{g/l} - \omega^2} \quad \left. \vphantom{\frac{a_0/l}{\cancel{g/l} - \omega^2}} \right\} \boxed{\underline{H}_1 = \frac{1}{1 - \omega^2/g/l}}$$

Filtrage passe-bas
ordre 2
(avec $Q = \infty$)

Il y a une résonance en $\omega_0' = \sqrt{g/l}$

Q18 > • Sans liquide, on observe bien une résonance autour de 1 Hz. ($H_1 \rightarrow \infty$)

$$\omega \rightarrow 0 \quad \underline{H}_1 = 1 \quad \text{et} \quad GdB_1 = 0$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad \underline{H}_1 = \frac{1}{-\omega^2/g/l} \quad \text{et} \quad GdB_1 = -40 \log \omega + cte$$

On retrouve les comportements asymptotiques attendus (pente de -40 dB/décade à hautes fréquences)

• Avec liquide on retrouve bien à basses fréquences $H \sim 1$ et $GdB = 0$ et à hautes fréquences une droite de pente -40 dB/décade.

• L'inclinaison maximale est obtenue pour les basses fréquences donc ici pour $f = 0,03$ Hz.

Dans ce cas, on lit sur le diagramme de Bode $GdB_{max} = -20dB$

or $\Theta_0 = \frac{a_0}{\omega_0^2 l_{eff}}$

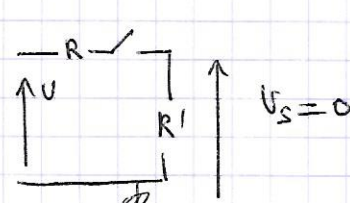
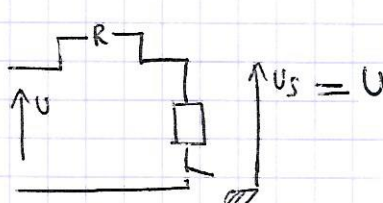
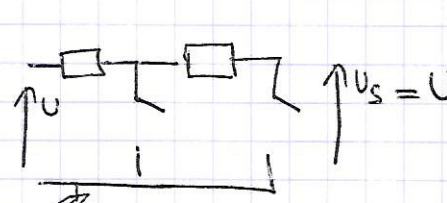
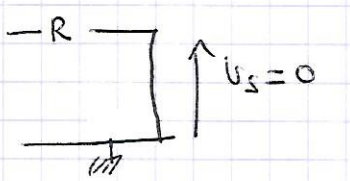
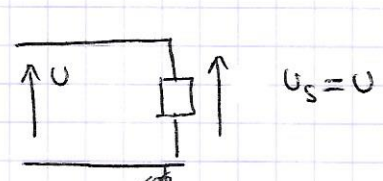
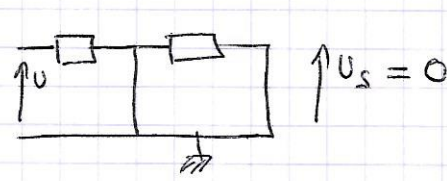
D'où $\boxed{\Theta_{max} = 10^{\frac{GdB_{max}}{20}} \cdot \frac{a_0}{\omega_0^2 l_{eff}}} = 10^{\frac{GdB_{max}}{20}} \cdot \frac{a_0}{g}}$

AN $\theta_{\max} = \frac{1}{10} \frac{1,0}{9,8} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ rad} = \underline{0,58^\circ}$

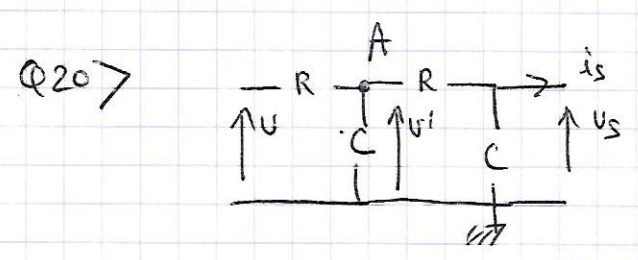
- En comparant les deux courbes, on voit bien l'intérêt de la plateforme stabilisatrice : entre 0,03 Hz et 1,0 Hz, il y a une atténuation comprise entre 20 dB et 70 dB sur l'angle d'inclinaison (amplitude d'oscillations)

II

Q19) Étudions le comportement asymptotique de différents circuits à basses fréquences et aux hautes fréquences, sachant que le filtre recherché est un filtre basses fréquences (pour éliminer les fréquences supérieures à 1 Hz)

	(A)	(B)	(C)
Basses freq			
Hautes freq.			
	Pass-Bande	Carpe - Bande ?	Pass-Bas

⇒ le filtre C correspond aux attentes



on suppose la sortie du filtre ouverte
⇒ pas de courant en sortie

Pont diviseur de tension : $\frac{U_s}{U_i} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + RCj\omega}$ (1)

Loi des nœuds en A:

$$\frac{u - u'}{R} + \frac{0 - u'}{\frac{1}{j\omega C}} + \frac{0 - u'}{R + \frac{1}{j\omega C}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{u - u'} - RCj\omega u' - \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} u' = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{u} = \underline{u'} \left[1 + RCj\omega + \frac{Rj\omega C}{1 + RCj\omega} \right] \quad (2)$$

En combinant (1) et (2), il vient :

$$\frac{u_s}{u} = \frac{u_s}{u'} \cdot \frac{u'}{u} = \frac{1}{1 + RCj\omega} \cdot \frac{1}{1 + RCj\omega + \frac{Rj\omega C}{1 + RCj\omega}}$$

$$\underline{H_2} = \frac{1}{(1 + RCj\omega)^2 + RCj\omega} = \boxed{\frac{1}{1 - R^2 C^2 \omega^2 + 3 RCj\omega}}$$

$$217 \quad \underline{H_2} = \frac{A_2}{1 - x^2 + jx/\varphi}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} A_2 = 1 \\ \omega_2 = 1/RC \\ \varphi = 1/3 \end{array}}$$

(pas de résonance)

On veut filtrer les fréquences supérieures à 1 Hz, on conservant celles entre 0,03 Hz et 1 Hz.

On peut choisir $\frac{1}{RC} = 2\pi \Rightarrow 6 \text{ Hz} = f_1$

$C = \frac{1}{R f_1}$. Il faut choisir un condensateur de grosse capacité et une forte résistance.

Si $C = 10 \mu\text{F}$, on doit choisir $R = 16 \text{ k}\Omega$

Q22 > $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ $R = 1,0 \text{ k}\Omega$
 $C = 22 \text{ nF}$

$$\frac{u(f_0)}{f_0} = \sqrt{\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + \left(\frac{u(C)}{C}\right)^2} \quad \text{avec} \quad \frac{u(R)}{R} = \frac{5\%}{\sqrt{3}} = \frac{u(C)}{C}$$

il vient $\frac{u(f_0)}{f_0} = \sqrt{2} \cdot \frac{5\%}{\sqrt{3}}$

On en déduit $f_0 = (7,23 \pm 0,29) \text{ kHz}$

Q23 > En mode AC, un voltmètre mesure la valeur efficace de l'ondulation.

(tout le temps dans le cas des appareils RMS ou TRMS, uniquement pour des tensions sinusoïdales pour les autres)

Q24 > $A_2 = \frac{U_{seff}}{U_{eff}}$ $\frac{u(A_2)}{A_2} = \sqrt{\left(\frac{u(U_{seff})}{U_{seff}}\right)^2 + \left(\frac{u(U_{eff})}{U_{eff}}\right)^2}$

$$\Delta(U_{seff}) = 0,7\% \times 1,7563 \pm 0,0020 = 0,014 \text{ V}$$

$$\Delta(U_{eff}) = 0,7\% \times 1,7685 \pm 0,0020 = 0,014 \text{ V}$$

$$\Rightarrow u(U_{seff}) = u(U_{eff}) = \frac{0,014}{\sqrt{3}} = 0,0083 \text{ V}$$

$$\Rightarrow A_2 = (0,992 \pm 0,011) = \underline{\underline{(9,92 \pm 0,11) \cdot 10^{-1}}}$$

On peut utiliser un écart normalisé pour comparer valeur théorique et expérimentale:

$$z_{score} = \frac{1 - 0,992}{0,011} = 0,7 < 2$$

Les 2 grandeurs sont donc compatibles.

Q25 > $\frac{7,52 - 7,23}{\sqrt{0,29^2 + 0,04^2}} \sim 1 < 2$

Valeurs théoriques et expérimentales sont compatibles.

Q267 Le signal d'entrée est en avance par rapport au signal de sortie : donc le déphasage cherché de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée est négatif.

$$\Delta\varphi = -2\pi f \cdot \Delta t \quad \Delta t : \text{décalage entre les 2 zéros}$$

On mesure Δt sur l'oscillogramme du bas pour avoir une bonne précision

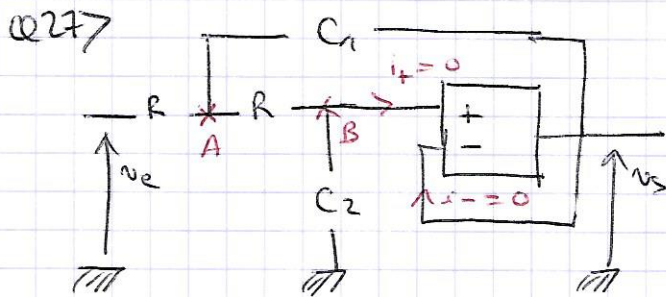
$$\Delta t = 5,0 \mu s \times 5 = 25 \mu s$$

ce qui donne
$$\Delta\varphi = -1,9 \text{ rad} = -108^\circ$$

Or $\cos(\Delta\varphi)$ a le signe de $1 - R^2\omega^2$ et $\tan \Delta\varphi = -\frac{x/Q}{1-x^2}$

$$\Rightarrow Q = -\frac{(1-x^2)}{x} \tan(\Delta\varphi)$$

AN
$$Q = -\frac{12/7,52}{(1 - (\frac{12}{7,52})^2) \tan 108^\circ} = 0,35$$



Par info, on fait figure ci-dessus le calcul de la fonction de transfert (non demandé dans le sujet)

Comme il s'agit d'un filtre, on suppose que l'Ao fonctionne en régime linéaire.

D'où
$$v_+ = v_- = v_s = v_B$$

loi des nœuds en A :
$$\frac{v_e - v_A}{R} + \frac{v_s - v_A}{1/j\omega C_1} + \frac{0 - v_A}{R + \frac{1}{j\omega C_2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \underline{v_e} - \underline{v_A} + j\omega C_1 R v_s - \underline{v_A} = \frac{\underline{v_A} R}{R + \frac{1}{j\omega C_2}} \quad (2)$$

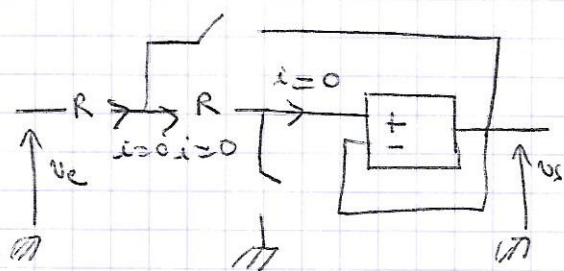
R et C2 sont en série, on peut utiliser un pont diviseur de tension :

$$\underline{v_s} = \frac{1/j\omega C_2}{R + \frac{1}{j\omega C_2}} \underline{v_A} = \frac{1}{1 + R C_2 j\omega} \underline{v_A} \quad (4)$$

Q27>

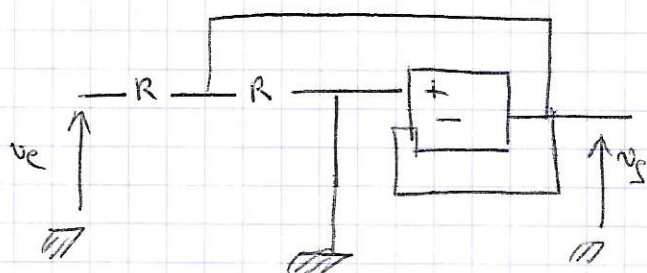
13 bis

> comportement BF



$$\begin{aligned} v_s &= v_- = v_+ \\ v_s &= v_+ = v_e \end{aligned}$$

> comportement HF



$$v_s = v_- = v_+ = 0$$

⇒ il s'agit d'un filtre Passé-Bande

En combinant (2) et (6)

$$\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{1}{1 + 2RC_2 j\omega - R^2 C_1 C_2 \omega^2}$$

$$A_3 = 1$$

$$\omega_3 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$$

$$2RC_2\omega = \left(\frac{\omega}{R\sqrt{C_1 C_2}} \right) R\sqrt{C_1 C_2} \cdot 2RC_2$$

$$\Rightarrow \varphi_3 = \left(\frac{R\sqrt{C_1 C_2}}{2RC_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \right)^{-1} \Rightarrow \varphi_3 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

Q28 >

$$H = \frac{A_3}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_3^2} + j \frac{\omega}{\omega_3} \cdot \frac{1}{\varphi_3}} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$$

$$\Rightarrow A_3 \underline{V_e} = \underline{V_s} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_3^2} + j \frac{\omega}{\omega_3} \cdot \frac{1}{\varphi_3} \right)$$

Quand on repasse dans le régime temporel, on obtient alors :

$$V_s(t) + \frac{1}{\omega_3^2} \frac{d^2 V_s}{dt^2} + \frac{1}{\omega_3 \varphi_3} \frac{dV_s}{dt} = V_e(t) A_3$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{d^2 V_s}{dt^2} + \frac{\omega_3}{\varphi_3} \frac{dV_s}{dt} + \omega_3^2 V_s(t) = A_3 \omega_3^2 V_e(t)}$$

Q29 >

$$\text{si } V_e(t) = E$$

$$V_s(t) = A_3 E + RL$$

regime pseudoperiodique d'après l'oscillogramme

$$RL = A_3 e^{-\frac{\omega_3}{2\varphi_3} t} \cos\left(\omega_3 \sqrt{1 - \frac{1}{4\varphi_3^2}} t + \varphi\right)$$

Comme on voit quelques oscillations, Q est de l'ordre 7/8 (7/8 oscillations)

On va donc pouvoir faire l'hypothèse que $\omega_3 \sqrt{1 - \frac{1}{4} \omega_c^2} \approx \omega_3$

En régime "permanent", lorsque le régime libe ≈ 0 , on constate que

$$v_s(t) = v_c(t) = \epsilon \text{ donc } \underline{A_3 \approx 1,0}$$

On mesure 5 pseudopériodes $= 4 \frac{3}{4} \text{ canaux} = 4,75 \times 100 \mu s$

On en déduit $T_3 = 475 \mu s / 5$ d'où $\underline{\omega_3 = 6,6 \cdot 10^4 \text{ rad/s}}$

Enfin, pour mesurer Q_3 , on peut mesurer le déclin logarithmique (sur 5 pseudo-

oscillations) : $\boxed{S = \frac{1}{5} \ln \left(\frac{3,4}{0,4} \right) = \frac{\pi}{Q_3}} \Rightarrow \underline{Q_3 = 7,3}$

III

Q30) La distribution de courant G_n et C_i est invariante par rotation autour de l'axe $(R, \vec{u}_3)$. Il en est de même pour le champ $\vec{B}$ créé par cette distribution.

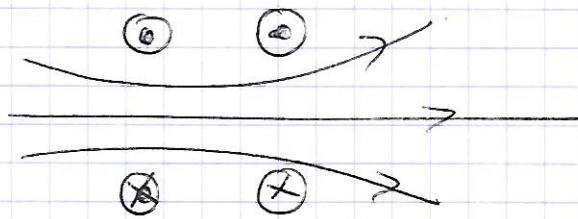
Connaissant le champ dans le plan $(R, \vec{u}_1, \vec{u}_2)$, on peut donc connaître le champ magnétique dans tout l'espace par propriétés de symétrie.

La représentation de $\vec{B}$ de la figure 14 ne constitue donc pas une perte d'informations.

Q31) Le plan $(R, \vec{u}_1, \vec{u}_2)$ étant un plan de symétrie de la distribution de courant, en un point de ce plan, le champ magnétique y est perpendiculaire donc parallèle à $\underline{\vec{u}_3}$. Ceci est bien confirmé par la figure 14.

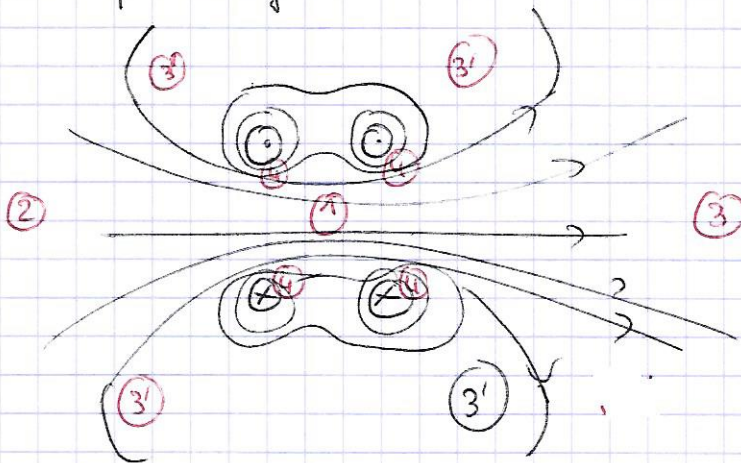
En utilisant la règle de la main droite, l'orientation du courant nous donne l'orientation du champ magnétique.

$\vec{B}$ donc $\vec{B}$ a la même sens que $\vec{u}_3$



Q 32 >

D'après le cours, lorsque les lignes de champ se resserrent, la norme du champ magnétique augmente, lorsque les lignes s'éloignent, le champ diminue et lorsque les lignes sont parallèles, le champ est uniforme.

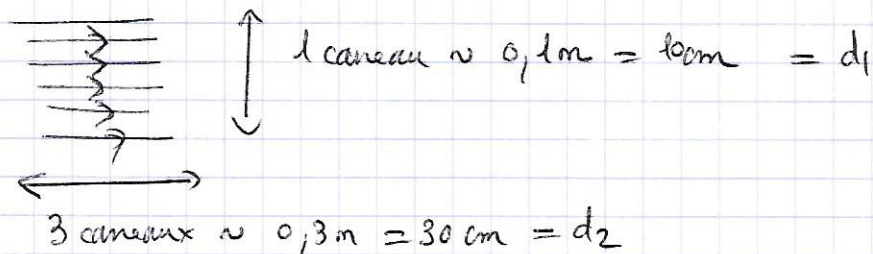


La zone champ uniforme correspond à la zone (1).

Le champ magnétique est le plus faible dans les régions (2), (3) et (3')

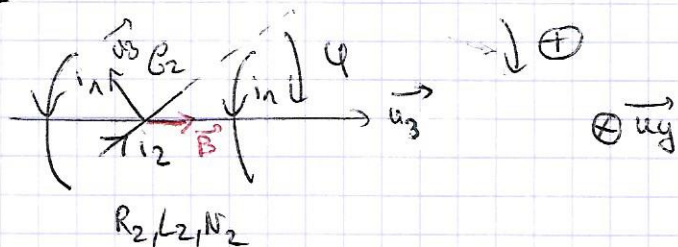
Le champ est le plus fort proche des fils (région (1))

Sur le schéma :



Comme $R_2 < d_1$ et $R_2 < d_2$, on peut supposer que le champ magnétique est uniforme sur la taille de G_2

III 2

 R_2, L_2, N_2

Q34) Le flux magnétique créé à travers C_2 est donné par $\boxed{\phi = M i_1}$ (definition).

$$\phi = (N_2 \pi R_2^2) (\mu N_1 i_1) (-\sin \varphi)$$

$$\text{D'où } \boxed{M = -N_2 N_1 \pi R_2^2 \mu \sin \varphi}$$

Q35)

$$\begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

Q36) Si le voltmètre a une grande impédance, on peut supposer $\underline{i_2 = 0}$

On a :

$$\begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \\ u_2 = M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{u_1}{L_1} = \frac{u_2}{M}}$$

Q37)

$$\boxed{|M| = \frac{u_{2m} L_1}{u_{1m}}} \quad \text{AN : } |M| = \frac{0,170}{5,00} \times 3,6 \cdot 10^{-3} = \underline{1,2 \cdot 10^{-4} \text{ H}}$$

$$\boxed{\varphi = \arcsin \left(\frac{|M|}{N_1 N_2 \pi R_2^2 \mu} \right)}$$

$$\text{AN } \varphi = \arcsin \left(\frac{1,2 \cdot 10^{-4}}{50 \cdot 200 \cdot \pi (5 \cdot 10^{-2})^2 4,5 \cdot 10^{-6}} \right)$$

$$\varphi = 0,35 \text{ rad}$$

$$\underline{\varphi = 20^\circ}$$