

Quelques aspects thermodynamiques de la glace.

Q1. $l_f = h_f(T) - h_i(T)$ - C'est la variation d'enthalpie, par unité de masse, pour passer de l'état eau glace à eau liquide à la pression atmosphérique.

Q2. Pour le système {eau + glace}, l'évolution est supposée adiabatique et isobare. En supposant $Q_f > Q_2$ d'après l'énoncé,

$$\Delta H = 0 = m_1 c_f (Q_f - Q_i) + m_2 l_f + m_2 c_f (Q_f - Q_2)$$

d'où
$$l_f = -c_f (Q_f - Q_2) - \frac{m_1}{m_2} c_f (Q_f - Q_i)$$

Q3. return $-c^* (T_f - T_g) - m_1 * c^* (T_f - T_e) / m_2$

Le programme prend en compte les incertitudes-type sur la masse, mais oublie les incertitudes-type sur les températures.

Q4. D'après le programme $l_{fexp} = 253,3 \pm 30 \text{ kJ/kg}$
D'après les données $l_{f\text{tablee}} = 333,5 \text{ kJ/kg}$

Le z-score est
$$Z = \frac{l_{f\text{tablee}} - l_{fexp}}{u(l_{fexp})}$$

AN $z = 26 > 2$ - la mesure n'est pas satisfaisante.

Q5. La capacité calorifique du calorimètre n'a pas été prise en compte, ce qui constitue probablement une erreur systématique importante.
Les pertes n'ont également pas été prises en compte.

II. Formation de glace dans un congélateur

2

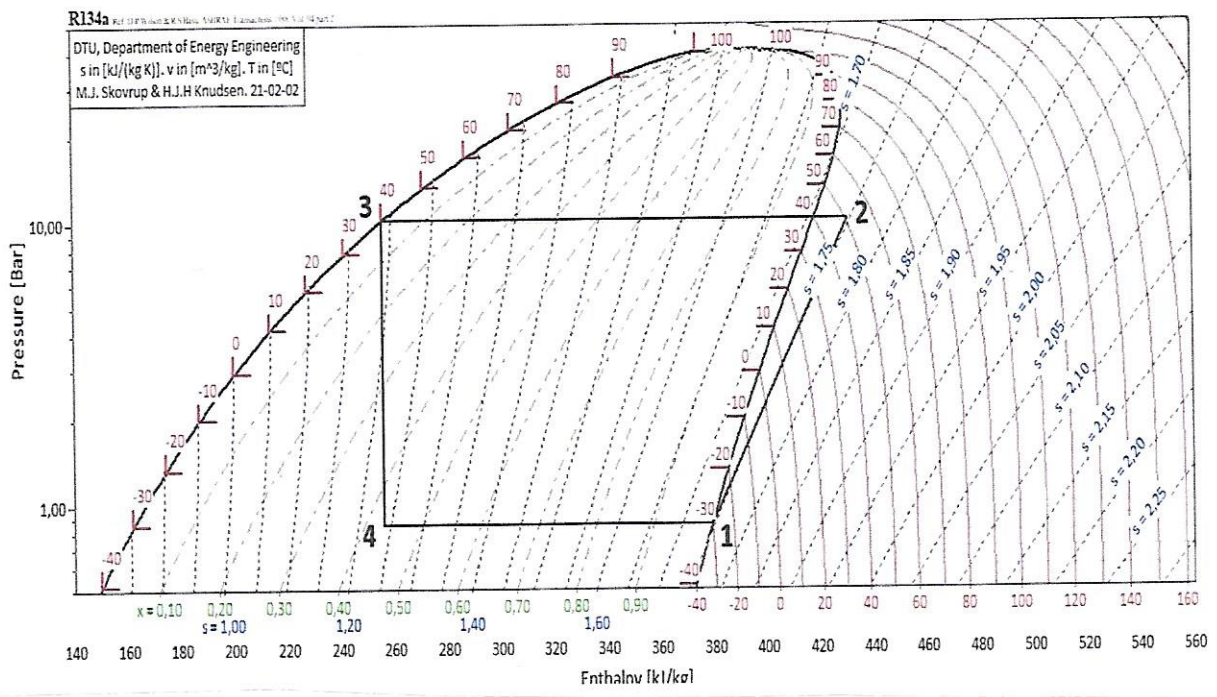
Q6. D'après l'énoncé:

- la transformation $2 \rightarrow 3$ est isobare et le point 3 correspond à du liquide saturé $\rightarrow$ On place le point 3 - On lit $\theta_3 = 40^\circ\text{C}$
- le point 1 correspond à un état de vapeur saturante à -30°C
On lit $P_1 = 0,9$ bars (peu précis)
- la transformation $3 \rightarrow 4$ est adiabatique sans perte mobile (c'est une détente de Joule-Thomson) et est donc isenthalpique - On sait de plus que la transformation $4 \rightarrow 1$ est isobare, donc $P_4 = 0,9$ bar. On place le point 4 à l'intersection de cette isobare et de l'isenthalpique -
- la transformation $1 \rightarrow 2$ est adiabatique réversible, donc isentropique et $P_2 = P_3 = 10$ bar - On place le point 2. On lit $\theta_2 = 50^\circ\text{C}$.

Bilan	1	2	3	4
P/bar	0,9	10	10	0,9
$T/^\circ\text{C}$	-30	50	40	-30

Q7. $x_2 = 1$ (vapeur uniquement)

On lit $x_4 = 0,44$ (ou règle des moments.)



Q8. Pour une transformation adiabatique irréversible, l'entropie croît donc à P_2 fixée, la température 2 serait plus grande d'après le diagramme enthalpique.

Q9. Le fluide étant en écoulement stationnaire le travail massique utile est w_{12} tq $\Delta h_{12} = w_{12} + q_{12}$ avec $q_{12} = 0$ (transformation adiabatique). Donc $w_{12} = \Delta h_{12}$

On lit $h_1 \approx 380 \text{ kJ/kg}$ et $h_2 \approx 430 \text{ kJ/kg}$ d'où $w_{12} \approx 50 \text{ kJ/kg}$

La transformation 2-3 est isobare donc $q_{23} = \Delta h_{23}$

On lit $h_3 \approx 250 \text{ kJ/kg}$ d'où $q_{23} \approx -180 \text{ kJ/kg}$

De même $q_{41} = \Delta h_{41}$ d'où $q_{41} \approx 130 \text{ kJ/kg}$

Q10. L'efficacité du congélateur est

$$e = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{grandeur consommée}} = \frac{q_{41}}{w_{12}}$$

AN $e = 3,6$

On peut comparer à l'efficacité d'un cycle de Carnot $e_{\text{rev}} = \frac{1}{\frac{T_C}{T_F} - 1}$

qui serait ici de $e_{\text{rev}} = 3,5$ en prenant $\left. \begin{array}{l} T_C = 40^\circ\text{C} \\ T_F = -30^\circ\text{C} \end{array} \right\}$

le cycle proposé est a priori irréversible

Q11. Au cours du cycle, $\Delta S = 0 = Y_{\text{créé}} + Y_{\text{échange}}$

Ici $Y_{\text{échange}} = \frac{q_{23}}{T_3} + \frac{q_{41}}{T_1}$ / si l'on suppose $T_{\text{ext}} = T_3$ pour transfo $2 \rightarrow 3$

D'au $\left| Y_{\text{créé}} (\text{masque}) = - \left(\frac{q_{23}}{T_3} + \frac{q_{41}}{T_1} \right) \right|$

AN $\left| Y_{\text{créé}} = 0,04 \text{ kJ/K} \right|$ On a bien un cycle irréversible

b) Fabrication de glace

On applique le premier principe au système {eau} entre 2 instants t et $t+dt$ en supposant la transformation isobare :

$$\frac{dH}{dT} = \phi$$

Il y a 2 étapes : transformation {eau liquide à 25°C } $\rightarrow$ {eau liquide à 0°C } d'une durée τ_1 .

Pour cette étape, $\frac{dH}{dt} = m c_p \frac{dT}{dt}$

5

Donc $m c_p \frac{dT}{dt} = -h S (T - T_c)$
 $T = T_c + A e^{-\frac{h S}{m c_p} t}$ avec $T(0) = T_a \rightarrow A = (T_a - T_c)$

D'autre $T_f = T_c + (T_a - T_c) e^{-\frac{h S}{m c_p} Z_1}$

$Z_1 = -\frac{m c_p}{h S} \ln \left(\frac{T_f - T_c}{T_a - T_c} \right)$ AN $Z_1 = 390 \text{ s}$

• transformation {eau liquide à 0°C } $\rightarrow$ {eau glace 0°C }

Pour cette étape, $\frac{dH}{dt} = \frac{dm}{dt} L_f = -h S (T_f - T_c)$

D'autre $-\frac{m}{T_2} L_f = -h S (T_f - T_c)$

$Z_2 = \frac{m L_f}{h S (T_f - T_c)}$ AN $Z_2 = 1812 \text{ s}$

La durée totale de formation (théorique) des glazons est de 36 min.

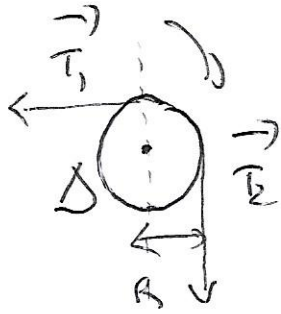
Q 13. Le facteur le plus important est probablement le retard à la solidification (effet Mpemba) qui peut expliquer que la durée réelle soit plus longue. Le modèle précédent suppose par ailleurs T_c constante ce qui n'est pas si évident.

II.1. Lois de Coulomb du frottement solide

6

Q14 La poulie supposée idéale donc

- sa masse (son inertie) est supposée nulle donc $J_D = 0$
- la liaison d'axe est supposée parfaite $\sum_D (P_{liaison}) = 0$



On applique le théorème du moment cinétique au système {poulie + fil} par rapport à l'axe (D)

$$\frac{dL_D}{dt} = \sum_A \left(\begin{matrix} \text{action} \\ \text{extérieure} \end{matrix} \right) = \sum_D (p_{ido}) + \sum_D (P_{liaison}) + \sum_D (\vec{r}_1) \cdot \sum_D (\vec{F}_1) + \sum_D (\vec{r}_2) \cdot \sum_D (\vec{F}_2)$$

Or $L_D = J_D \omega = 0$ car $J_D = 0$

$\sum_D (P_{liaison}) = 0$ par hypothèse

$\sum_D (p_{ido}) = 0$ et $\sum_D (\vec{r}_1) \cdot \sum_D (\vec{F}_1) = -RT_1$, $\sum_D (\vec{r}_2) \cdot \sum_D (\vec{F}_2) = RT_2$

D'où $0 = -RT_1 + RT_2 \rightarrow \boxed{T_1 = T_2}$

La poulie idéale transmet donc bien les tensions.

Q15. 1^{ère} phase: fil tendu, le solide 1 et le solide 2 se déplacent de H_0
2^{ème} phase: fil non tendu - le solide 1 se déplace de $D - H_0$, le solide 2 est immobile.

Q16. Le plus rapide est d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique pendant la première phase au système {solides + fil + partie}

On a $\Delta E_c + \Delta E_p = W_{int} + W_{ext non conservatives}$

Or $\Delta E_c = \frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} d \pi v_1^2 - 0 = \frac{1}{2} \pi (1+\alpha) v_1^2$

$\Delta E_p = -\alpha \pi g H_0$

$W_{int} = 0$ car fil inextensible et non glissement fil sur poulie.

$W_{ext non conservative} = - \int g M g H_0 d'$ après lois Coulomb et

Tan {solide 1} projeté verticalement.

D'au
$$v_1 = \left[\frac{2 H_0 g (\alpha - \frac{1}{2} g)}{1+\alpha} \right]^{1/2}$$

Rq l'expérience n'est donc possible que si $\alpha > \frac{1}{2} g$ sinon pas m^{ot}.

Q17. On applique le théorème de l'énergie cinétique pour la deuxième phase au système {solide 1}

$\Delta E_c = W_{ext non conservative}$

Or $\Delta E_c = \frac{1}{2} \pi v_1^2$

$W_{ext non conservative} = - \int g \pi g (D - H_0)$

D'au
$$\frac{1}{2} g = \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g(D - H_0)} = \frac{H_0}{D - H_0} \left(\frac{\alpha - \frac{1}{2} g}{1+\alpha} \right)$$

D'au $\boxed{\mu_g = \frac{\alpha H_b}{H_b + (1+\alpha)(D-H_b)}}$

Q18 AN $\boxed{\mu_g = 0.17}$

Q19. A la limite du glissement $T = \mu_s N$ et ici $N = mg \cos Q$
 Le théorème de la quantité de mouvement projeté selon la direction du support donne $T = mg \sin Q$

D'au $\boxed{\mu_s = \tan Q \mu_{lim}}$

Q20 AN $\boxed{\mu_s = 0.57}$ - On a bien $\mu_s > \mu_g$ comme attendu.

Rq Normalement pour un contact identique solide/surface on n'attend pas un tel écart entre μ_g et μ_s . Le sujet d'origine n'a peut-être pas utilisé les mêmes matériaux.

II 3. Glissement sur la glace.

Q.21 La température de la glace étant initialement de $-13,6^{\circ}\text{C}$,
on détermine $H \approx 80 \text{ MPa}$ (peu précis)

D'après le théorème de la quantité de mouvement appliqué à la patineuse
et projeté verticalement, $N = mg$ (en négligeant forces de pression dues
à l'air) On en déduit $\boxed{S' = ma^2 = \frac{mg}{H}}$ AN $\underline{S' = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}$

On a $S' \ll L^2 = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ surface réelle $\approx 2\%$ surface apparente.

Q.22 En négligeant toujours l'action de l'air, on a $N = PS'$

Donc $\boxed{P = \frac{mg}{S'}}$ AN $\underline{P = 80 \text{ MPa}}$

Q.23 D'après la courbe de fusion de la glace, la pression nécessaire
à la fusion de la glace à $-13,6^{\circ}\text{C}$ est de l'ordre
de 140 MPa , donc très supérieure à la pression précédente.
L'augmentation initiale de la pression, à $-13,6^{\circ}\text{C}$ ne permet
pas de justifier la fusion.

Q24 l'augmentation de température par rapport à la température initiale est compatible avec le fait que la température de fusion est plus grande quand la pression augmente. On peut penser que la vitesse modifie le nombre d'aspérités donc indirectement la surface réelle, donc la pression, ce qui peut favoriser une augmentation de la température de fusion lorsque la vitesse augmente.

Q25 l'énergie massique nécessaire à la variation de température est $\Delta h_1 = c_s (Q_f - Q_i)$ avec $Q_f = 0^\circ\text{C}$ et $Q_i = -7^\circ\text{C}$

l'énergie massique nécessaire à la fusion est

$$\Delta h_2 = l_f(Q_f)$$

Le rapport est donc $\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = \frac{c_s(Q_f - Q_i)}{l_f} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{1} \ll 1$

Q26 D'après l'énoncé, le travail mécanique fourni pendant dt est $\delta W = a \frac{\rho}{\rho_T} \cdot \vec{v} dt = \gamma \frac{a^2 v^2}{R} dt$

$$\text{D'où } \boxed{W_{\text{meca}} = \gamma \frac{a^2 v^2}{R} \times Z = \frac{\gamma a^3 v^2}{h}}$$

Q27 On applique le premier principe au système {eau} qui fond pendant dt : $dH = \delta W_{\text{meca}}$

On a $dh = dm_{\text{eau}} \times \frac{1}{\rho} = \rho_g \times h \times a \times v dt \times \frac{1}{\rho}$

11

et $\delta W_{\text{méca}} = \frac{\gamma a^2 v^2 dt}{h}$

D'où $\frac{1}{\rho} \rho_g h a v = \frac{\gamma a^2 v^2}{h} \rightarrow \boxed{h = \left(\frac{\gamma a v}{\rho_g \rho} \right)^{1/2}}$

Q28 La force totale exercée par le solide glissant à la surface de l'eau est $\vec{F}_T = m a^2 \frac{\gamma v}{h} \vec{u}_x = m a^2 \frac{\gamma \left(\frac{\rho_g \rho v}{a} \right)^{1/2}}{a} \vec{u}_x$

D'après le principe des actions réciproques, la force de frottement est $\boxed{\vec{F}_f = - m a^2 \left(\frac{\gamma \rho_g \rho v}{a} \right)^{1/2} \vec{u}_x}$

Q29. D'après les lois de Coulomb, dans le cas du glissement,

$\vec{F} = -f N \vec{u}_x$ avec ici $N = mg$

donc par identification, $\boxed{f = \frac{m a^2}{m g} \times \left(\frac{\gamma \rho_g \rho v}{a} \right)^{1/2} = \frac{1}{H} \left(\frac{\gamma \rho_g \rho v}{a} \right)^{1/2}}$

AN $v = 10 \text{ m.s}^{-1}$
 $H(-50^\circ\text{C}) \approx 50 \text{ Pa}$
 $a \approx 0,1 \text{ mm}$
 $\gamma \approx 3 \text{ mPa.s}$

$\boxed{f \approx 6 \cdot 10^{-3}}$

c'est petit!
Ga glisse bien!

Q30. Dans le cas du dispositif de la figure 2, la vitesse n'est pas constante.

Q31. Dans le cas de toutes les courbes, on a (le diagramme est en $\log / \log$) une penée de $+1/2$ qui rend bien compte de la dépendance en $\sqrt{v}$.

On s'attend, à σ donné à ce que le coefficient de frottement augmente quand la température diminue car $f_g \propto \frac{1}{\eta(T)}$

La tendance qualitative est bien celle des courbes.

La comparaison quantitative est plus difficile car on n'a pas la même vitesse par l'acier --

Q33. Le point P est soumis à la force de gravitation

$$\vec{F} = - \frac{m \Gamma_0 G}{r^2} \vec{u}_r$$

On a $\vec{F} = - \text{grad} \left(- \frac{m \Gamma_0 G}{r} \right)$ en coordonnées sphériques

donc $\vec{F}$ dérive bien de l'énergie potentielle $\boxed{E_p(r) = - \frac{m \Gamma_0 G}{r}}$

Q34 On applique le théorème du moment cinétique à $\{P\}$ dans le référentiel héliocentrique par rapport au point O .

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{0} \text{ car } \vec{F} \text{ est une force centrale}$$

$$\text{donc } \vec{L}_O = \vec{O}P \wedge m\vec{v}(P) / \text{cste}$$

$\vec{O}P$ est perpendiculaire à $\vec{L}_O$ et est contenu dans le plan défini par $\vec{O}P$ et $\vec{v}$.

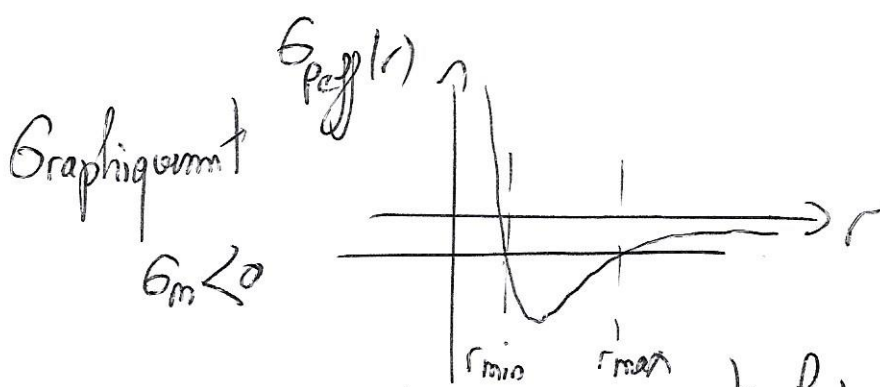
Q35 En coordonnées polaires, $\vec{L}_O = m \cdot \vec{r} \wedge \vec{v}_P / (\vec{r} \wedge + r \dot{\theta} \vec{u}_\theta) = m r^2 \dot{\theta} \vec{u}_z$

Le système $\{P\}$ étant conservatif on a

$$E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 - \frac{m \Gamma_0 G}{r} = \text{cste}$$

$$\text{Avec } \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \frac{L_O^2}{m r^2} \text{ d'où } \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \frac{L_O^2}{m r^2} - \frac{m \Gamma_0 G}{r} = \text{cste}$$

Pour le mouvement radial, tout se passe comme si on se ramenait à 1 ddl avec $E_{\text{eff}}(r) = \frac{1}{2} \frac{L_O^2}{m r^2} - \frac{m \Gamma_0 G}{r}$



Si $G_m < 0$, on a donc un mouvement lie avec $r_{\min} < r < r_{\max}$

On a $r_{\min} \neq r_{\max}$ si $G_m > G_{\text{eff min}}$

L'énergie potentielle effective minimale est obtenue lorsque

$$\frac{dG_{\text{eff}}}{dr} = 0 = -\frac{L^2}{mr^3} + \frac{m\Gamma_0 G}{r^2}, \text{ soit } r = \frac{L^2}{m^2 \Gamma_0 G}$$

$$\begin{aligned} \text{et vaut } G_{\text{eff min}}(r_0) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{L^2}{m} \left(\frac{m^2 \Gamma_0 G}{L^2} \right)^2 - m\Gamma_0 G \frac{m^2 \Gamma_0 G}{L^2} \\ &= -\frac{m^3 (\Gamma_0 G)^2}{2L^2} \end{aligned}$$

Q36. $r_{\min}$ et $r_{\max}$ sont obtenus lorsque $\dot{r} = 0$, donc

$$G_m = \frac{1}{2} \frac{L^2}{mr^2} - \frac{m\Gamma_0 G}{r}$$

$$\text{soit } \left[r^2 + \frac{m\Gamma_0 G r}{G_m} - \frac{L^2}{2mG_m} = 0 \right]$$

$$\text{On a donc } 2a = r_{\min} + r_{\max} = -\frac{m\Gamma_0 G}{2G_m} \rightarrow \boxed{G_m = -\frac{m\Gamma_0 G}{2a}}$$

Q37 On applique le principe fondamental pour une trajectoire

$$\text{circulaire donc } -m\omega^2 a \vec{ur} = -\frac{m\Gamma_0 G}{a^2} \vec{ur}$$

Donc $\left[\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G M_0} \right]$ avec $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Q38. On a $a = \left(\frac{G M_0 T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$ AN $a = 3,463 \text{ ua}$

De plus $r_{aphélie} + r_{périhélie} = 2a$ donc $r_{aphélie} = 2a - r_{périhélie}$

AN $r_{aphélie} = 5,683 \text{ ua}$

Q39. On a

$$G_m = - \frac{m M_0 G}{2a} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{m M_0 G}{r}$$

La vitesse théorique est $v = \left(M_0 G \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \right)^{1/2}$ AN $v \approx 22 \text{ km.s}^{-1}$

Sur la photo, la comète est supposée ponctuelle à l'échelle de la Terre - le flux du début de la chevelure peut être assimilé à la distance parcourue pendant le temps de pose, de l'ordre de R_T donc $v_{\text{photo}} \approx \frac{R_T}{t_{\text{pose}}} \approx 18 \text{ km.s}^{-1}$ - C'est cohérent!

Rq On ne peut pas utiliser la longueur totale de la traînée!

II 2 Sublimat

16

Q40. D'après la conservation de G_m ,

$$\frac{1}{2} m \dot{a}^2 - m \frac{r_0 \phi}{a} = 0 \quad \text{donc} \quad \left| \frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{2 r_0 \phi}{a}} \right|$$

Q41. Si on applique le théorème de la quantité de mouvement au système fermé Σ constitué à t de la comète de masse m_0 ,

de quantité de mouvement $p(t) = m_0 \dot{a}(t)$

à $t+dt$ de la comète de masse $m(t+dt)$, de l'eau éjectée de masse dm_e , avec $m(t+dt) = m_0 + dm_{\text{eau}}$,

donc $p(t+dt) = m_0 \dot{a}(t+dt)$ car l'eau éjectée à la même vitesse

que la comète, d'où $\frac{dp}{dt} = m_0 \frac{d\dot{a}}{dt} = -m_0 \frac{r_0 \phi}{a^2} - \frac{\text{Relativité}}{\text{inchangé}}$

Q42. Par conservation de la puissance, se répartissant sur surface sphérique, on a

$$\phi_0 4\pi D_T^2 = \phi(t) 4\pi a^2(t) \quad \text{donc} \quad \left| \phi(t) = \frac{D_T^2}{a^2(t)} \phi_0 \right|$$

Q43. On considère $\{d\pi$ qui se sublime pendant $dt\}$

D'après le 1^{er} principe,

$$dH = \pi R_c^2 \phi(t) dt \quad \text{avec} \quad dH = -d\pi p_s \quad (d\pi > 0)$$

$$\phi = \left(\frac{D_T}{a}\right)^2 \phi_0$$

D'aut $\boxed{\frac{d\pi}{dt} = -\frac{D_T^2 \pi R_c^2 \phi_0}{a^2 p_s}}$

On a $V = \frac{4}{3}\pi R_c^3$ donc $\pi = \frac{4}{3}\pi R_c^3 \rho$

$$\frac{d\pi}{dt} = 4\pi R_c^2 \frac{dR_c}{dt} \rho$$

D'aut $\boxed{dR_c = \frac{1}{\rho 4\pi R_c^2} d\pi_c}$

Q44. D'après ce qui précède,

$$dR_c = \frac{D_T^2 \phi_0 dt}{4\rho p_s a^2(t)} \quad R_0$$

donc $\Delta R_c = \int_{-\infty}^{R_0} dR_c = \int_{-\infty}^{R_0} \frac{dR_c}{dt} \frac{dt}{da} da$

$$= D_T^2 \int_{-\infty}^{R_0} \frac{-\phi_0}{4\rho p_s a^2} \sqrt{\frac{a}{2G\eta_0}} da$$

On obtient

$$\boxed{\Delta R_c = \frac{D_T^2 \phi_0}{2\rho p_s \sqrt{2G\eta_0} R_0}}$$

AN $\Delta R_c \approx 18 \text{ nm}$

$\Delta R_c \ll R_c - \text{ouf} -$

Q45 La durée de chute précédente peut être assimilée au $\frac{1}{4}$ de période d'une ellipse très aplatie.

On peut donc supposer que sur une durée T $\Delta R_c \approx 4 \times 18 \text{ m}$.

Au cours d'une période, on aurait $\frac{\Delta R_c}{R_c} \approx 2\%$.

La durée de vie serait de 250 ce qui semble très court = seulement une quarantaine de passages !

Dans ce modèle, on a probablement largement sur-estimé la diminution d'épaisseur :

- une partie du flux solaire arrivant sur la comète n'est pas absorbée mais est réfléchi dans l'espace.
- la croûte du noyau est en réalité un mélange de roches réfractaires et de glace, les roches "protégeant" la glace d'une sublimation immédiate.
- 3 mécanisme type cycle de Pécou lié à la rotation de Tchouri.